

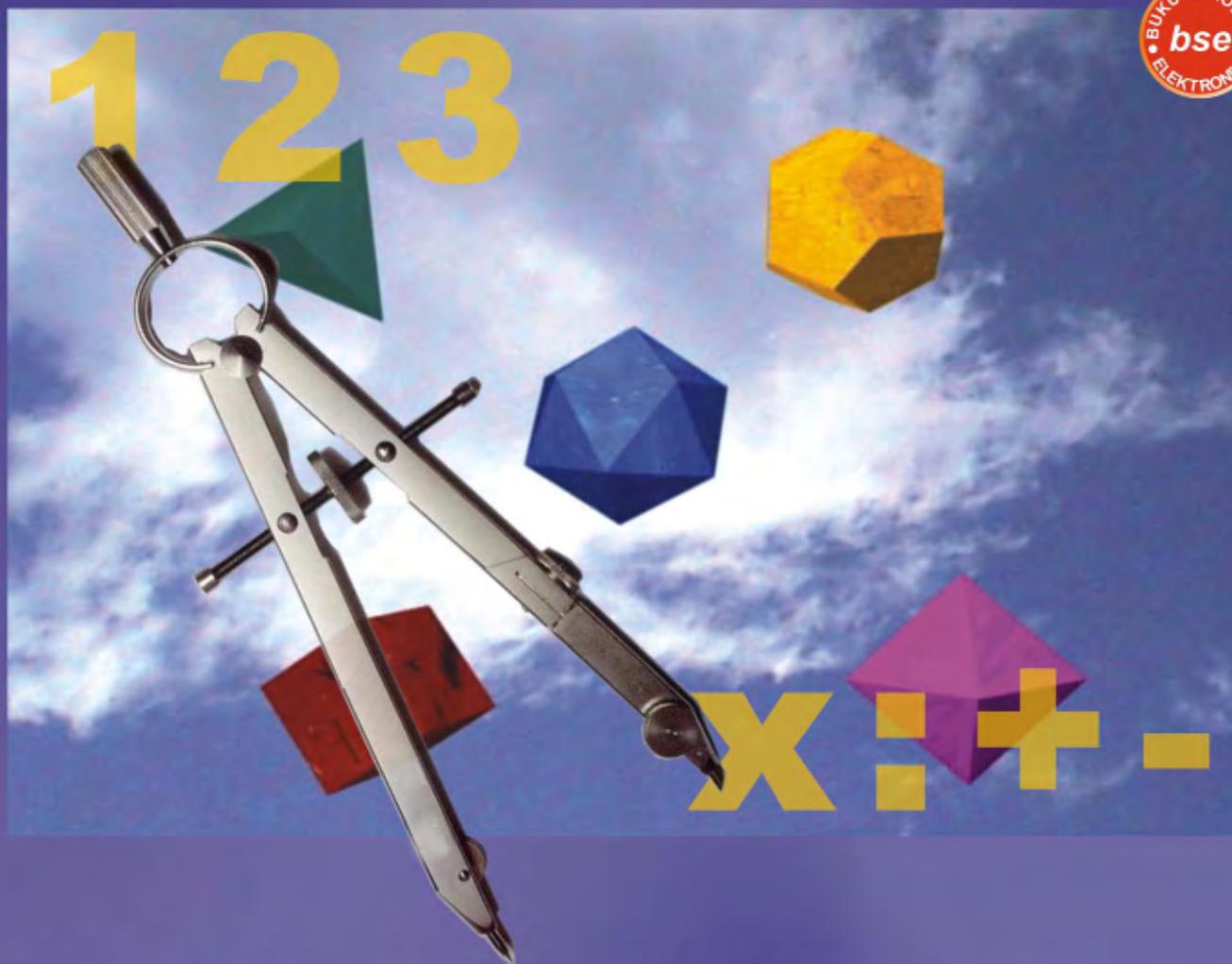
Contextual Teaching and Learning

Matematika

Matematika

Sekolah Menengah Pertama

Kelas IX



Sekolah Menengah Pertama



PUSAT PERBUKUAN
Departemen Pendidikan Nasional



Hak Cipta pada Departemen Pendidikan Nasional
Dilindungi Undang-undang

Contextual Teaching and Learning

MATEMATIKA

**Sekolah Menengah Pertama/Madrasah Tsanawiyah
Kelas IX Edisi 4**

Penulis : R. Sulaiman
Tatag Yuli Eko S
Toto Nusantara
Kusrini
Ismail
Atik Wintarti
Ilustrasi, Tata Letak : Direktorat Pembinaan SMP
Perancang Kulit : Direktorat Pembinaan SMP

Buku ini dikembangkan Direktorat Pembinaan SMP

Ukuran Buku : 21 x 30 cm

510.07
CON

Contextual Teaching and Learning Matematika: Sekolah Menengah Pertama/
Madrasah Tsanawiyah Kelas IX Edisi 4/R. Sulaiman,...[et. al].--Jakarta:
Pusat Perbukuan, Departemen Pendidikan Nasional, 2008.

Vi, 188 hlm.: illus.; 30 cm.

Bibliografi: hlm. 184

Indeks.

ISBN

1. Matematika-Studi dan Pengajaran	I. Judul	
II. Eko, Tatag Yuli	III. Nusantara, Toto	IV. Kusrini
V. Ismail	VI. Wintarti, Atik	

Diterbitkan oleh Pusat Perbukuan
Departemen Pendidikan Nasional
Tahun 2008

KATA SAMBUTAN

Salah satu upaya untuk melengkapi sumber belajar yang relevan dan bermakna guna meningkatkan mutu pendidikan di Sekolah Menengah Pertama (SMP), Direktorat Pembinaan SMP mengembangkan buku pelajaran Matematika untuk siswa kelas VII, kelas VIII, dan kelas IX. Buku pelajaran ini disusun berdasarkan Peraturan Menteri Pendidikan Nasional No. 22 Tahun 2006 Tentang Standar Isi, No. 23 Tahun 2006 tentang Standar Kompetensi Lulusan, dan berdasarkan kriteria buku pelajaran yang dikembangkan oleh Badan Standar Nasional Pendidikan.

Buku pelajaran ini merupakan penyempurnaan dari bahan ajar kontekstual yang telah dikembangkan Direktorat Pembinaan SMP dalam kaitannya dengan kegiatan proyek peningkatan mutu SMP. Bahan ajar tersebut telah diujicobakan ke sejumlah SMP di provinsi Kalimantan Selatan, Kalimantan Timur, Sulawesi Tengah, Sulawesi Tenggara, Sulawesi Utara, dan Gorontalo sejak tahun 2001. Penyempurnaan bahan ajar menjadi buku pelajaran yang bernuansa pendekatan kontekstual dilakukan oleh para pakar dari beberapa perguruan tinggi, guru, dan instruktur yang berpengalaman di bidangnya. Validasi oleh para pakar dan praktisi serta uji coba empiris ke siswa SMP telah dilakukan guna meningkatkan kesesuaian dan keterbacaan buku pelajaran ini.

Buku pelajaran Matematika ini telah dinilai oleh Badan Standar Nasional Pendidikan, dan dinyatakan memenuhi syarat untuk digunakan sebagai buku pelajaran di SMP. Sekolah diharapkan dapat menggunakan buku pelajaran ini dengan sebaik-baiknya sehingga dapat meningkatkan efektivitas dan kebermaknaan pembelajaran. Pada akhirnya, para siswa diharapkan dapat menguasai semua Standar Kompetensi dan Kompetensi Dasar secara lebih mendalam, luas serta bermakna, kemudian dapat mengaplikasikannya dalam kehidupan sehari-hari.

Saran perbaikan untuk penyempurnaan buku pelajaran ini sangat diharapkan. Terimakasih setulus-tulusnya disampaikan kepada para penulis yang telah berkontribusi dalam penyusunan buku pelajaran ini, baik pada saat awal pengembangan bahan ajar, ujicoba terbatas, maupun penyempurnaan sehingga dapat tersusunnya buku pelajaran ini. Terimakasih dan penghargaan juga disampaikan kepada semua pihak yang telah membantu terwujudnya penerbitan buku pelajaran ini.

Jakarta, Juli 2008

Direktur Pembinaan SMP

Daftar Isi

	Halaman
Kata Pengantar	iii
Pendahuluan	iv
Daftar Isi	vii
BAB 1 Kesebangunan dan Kekongruenan	
1.1 Bangun-bangun yang Sebangun.....	2
1.2 Segitiga-segitiga yang Sebangun	11
1.3 Segitiga-segitiga yang Kongruen.....	19
Refleksi	34
Rangkuman	34
Evaluasi Mandiri	35
BAB 2 Bangun Ruang Sisi Lengkung	
2.1 Tabung.....	40
2.2 Kerucut.....	47
2.3 Bola.....	54
Refleksi	60
Rangkuman	60
Evaluasi Mandiri	61
BAB 3 Statistika	
3.1 Populasi dan Sampel.....	66
3.2 Ukuran Pemusatan.....	71
3.3 Penyajian Data Statistik.....	82
Refleksi	86
Rangkuman	87
Evaluasi Mandiri	87
BAB 4 Peluang	
4.1 Arti Peluang.....	92
4.2 Nilai Peluang Secara Teoritis.....	103
Refleksi	117
Rangkuman	117
Evaluasi Mandiri	118
BAB 5 Bilangan Berpangkat dan Bentuk Akar	
5.1 Pangkat dan Akar	124
5.2 Operasi Bilangan Berpangkat.....	135
Refleksi	149
Rangkuman	149
Evaluasi Mandiri	150

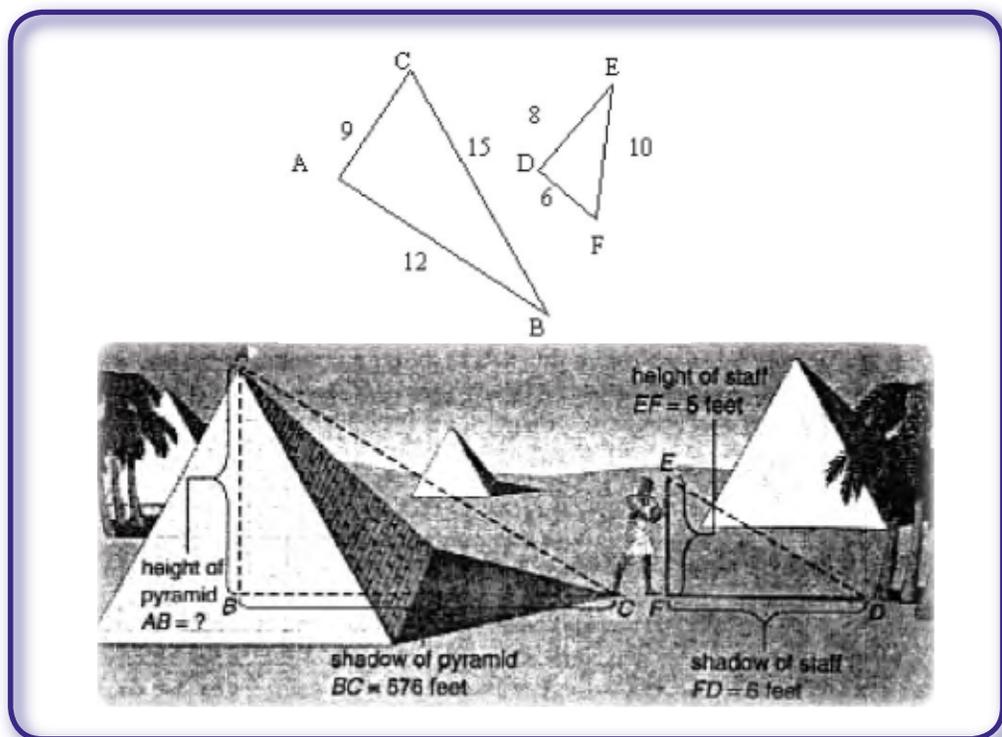
BAB 6 Barisan dan Deret	
6.1 Pola Bilangan.....	154
6.2 Barisan Bilangan.....	164
6.3 Deret.....	171
Refleksi	176
Rangkuman	176
Evaluasi Mandiri	177
Petunjuk Penyelesaian (Hint) Evaluasi Mandiri	179
Daftar Pustaka.....	184
Glosarium	185
Indeks	188

Bab 1

Kesebangunan dan Kekongruenan

Standar Kompetensi

Memahami kesebangunan bangun datar dan penggunaannya dalam pemecahan masalah



Kompetensi Dasar

1. Mengidentifikasi bangun-bangun datar yang sebangun dan kongruen
2. Mengidentifikasi sifat-sifat dua segitiga sebangun dan kongruen
3. Menggunakan konsep kesebangunan segitiga dalam pemecahan masalah

Apa yang akan kamu pelajari?

- Membedakan dua bangun datar sebangun atau tidak sebangun, dengan menyebutkan syaratnya.
- Menghitung panjang sisi yang belum diketahui dari dua bangun yang sebangun.

Kata Kunci:

- Sebangun
- Faktor skala



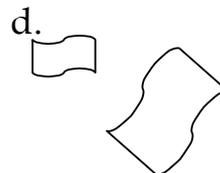
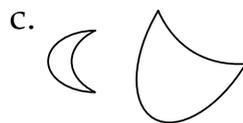
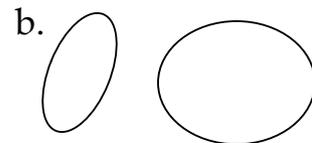
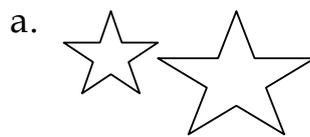
Syarat Dua Bangun Datar Sebangun

Jika kamu amati uang pecahan Rp50,00 dan Rp100,00 yang terbuat dari logam aluminium akan tampak bahwa gambar burung Garuda di dua uang logam itu sama tetapi ukurannya berbeda. Permukaan kedua uang pecahan itu dapat dipandang sebagai bangun datar.



Gambar 1.1

Amatilah pasangan bangun-bangun berikut ini.

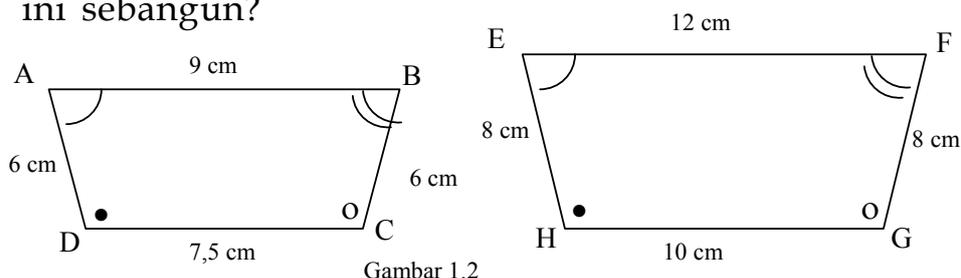


Manakah pasangan bangun yang bentuknya berbeda? Jelaskan.

Manakah pasangan bangun yang bentuknya sama tetapi ukurannya berbeda? Jelaskan

Bagaimana dua bangun datar dikatakan sebangun?

Apakah segiempat ABCD dan segiempat EFGH di bawah ini sebangun?



Sudut-sudut yang bersesuaian dari ABCD dan EFGH sama besar yaitu:

$$\angle A = \angle E, \angle B = \angle F, \angle C = \angle G, \angle D = \angle H.$$

Sisi-sisi yang bersesuaian mempunyai perbandingan yang sama yaitu:

$$\frac{AD}{EH} = \frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{DC}{HG} = \frac{3}{4} \text{ atau}$$

$$\frac{EH}{AD} = \frac{EF}{AB} = \frac{FG}{BC} = \frac{HG}{DC} = \frac{4}{3}$$

Karena sudut-sudut yang bersesuaian sama dan sisi-sisi yang seletak sebanding, maka segiempat ABCD *sebangun* dengan segiempat EFGH atau ditulis $ABCD \approx EFGH$.

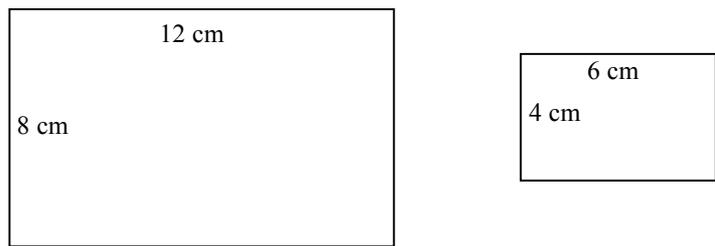
Sekarang menurut kamu, apakah syarat dari dua bangun datar yang sebangun? Apakah sudut-sudut yang bersesuaian harus **sama** besar dan sisi-sisi yang bersesuaian **sebanding**?

Sebangun	Dua bangun datar dikatakan sebangun jika sudut-sudut yang bersesuaian sama besar dan sisi-sisi yang bersesuaian sebanding
-----------------	---

Contoh 1

Apakah dua persegipanjang yang masing-masing berukuran 12 cm x 8 cm dan 6 cm x 4 cm sebangun?

Jawab :



Semua sudut persegipanjang masing-masing siku-siku dengan demikian sudut-sudut yang bersesuaian besarnya sama yaitu 90° .

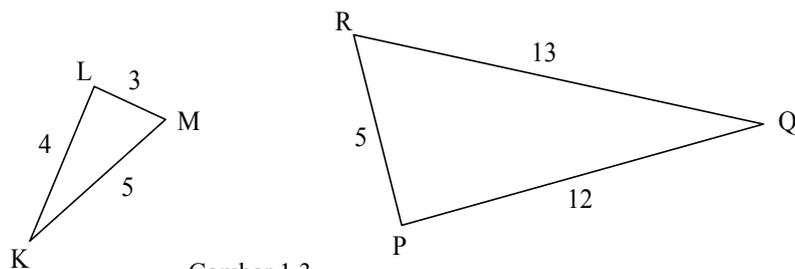
$$\text{Perbandingan panjang} = \frac{12}{6} = 2.$$

$$\text{Perbandingan lebar} = \frac{8}{4} = 2.$$

Karena sudut yang bersesuaian sama besar dan sisi-sisi yang bersesuaian mempunyai perbandingan yang sama maka kedua persegipanjang tersebut sebangun.

Dari contoh dan penjelasan di depan diperoleh bahwa untuk menunjukkan apakah dua bangun itu sebangun perlu dicari terlebih dahulu sudut-sudut yang bersesuaian sama besar dan sisi-sisi yang bersesuaian sebanding.

Cek Pemahaman



Gambar 1.3

Perhatikan dua segitiga di atas.

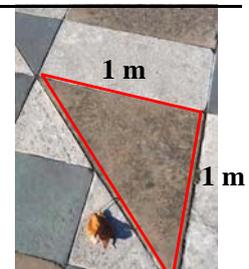
Selidiki sisi-sisinya yang bersesuaian (sisi terpanjang, sedang, dan terpendek) apakah sebanding?

Apakah kedua segitiga itu sebangun?

Contoh 2

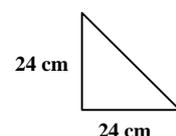
Seorang tukang akan memasang ubin berbentuk segitiga dalam suatu ruang. Ubin sebenarnya seperti Gambar 1.4. Tukang itu membuat model ubin seperti gambar di bawah.

Apakah model di samping sesuai dengan ubin yang akan dipasangkan?



Sumber: www.flickr.com
Gambar 1.4

Gambar ubin



Jawab:

Ubin aslinya berbentuk segitiga siku-siku dengan ukuran $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$.

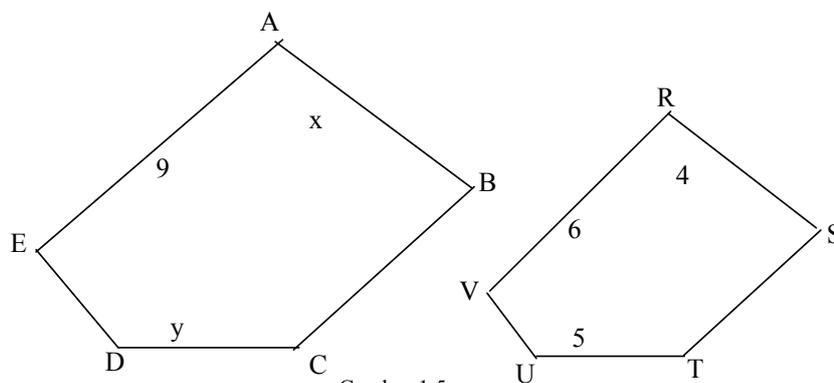
Ubin model bentuknya sama, yaitu segitiga siku-siku ukuran $20 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$.

Sudut-sudut yang bersesuaian sama dan panjang sisi-sisi yang bersesuaian sebanding, sehingga kedua bangun itu **sebangun**. Jadi model itu sesuai dengan ubin yang akan dipasangkan.



Menghitung Panjang Salah Satu Sisi yang Belum Diketahui dari Dua Bangun yang Sebangun

Segibanyak ABCDE sebangun dengan segibanyak RSTUV dengan panjang sisi seperti gambar berikut.



Gambar 1.5

- Hitunglah faktor skala dari segibanyak ABCDE terhadap segibanyak RSTUV
- Hitung nilai dari x dan y .

Jawab :

Untuk memecahkan masalah ingatlah langkahnya, yaitu memahami masalah, merencanakan penyelesaian, melaksanakan rencana, dan memeriksa kembali.

Memahami Masalah

Diketahui: Segibanyak ABCDE sebangun dengan segibanyak RSTUV.

Panjang sisi-sisi kedua bangun itu seperti pada gambar 1.5.

- Ditanya : a. Faktor skala
b. Nilai x dan y

Merencanakan Penyelesaian

Sudahkah kalian pahami arti faktor skala?

Faktor skala adalah perbandingan panjang dua sisi yang bersesuaian. Jadi bisa diketahui dari perbandingan AE:RV atau AB:RS atau ED:VU atau DC : UT atau CB : TS.

Perbandingan mana yang dipilih? Strateginya adalah pilih panjang kedua sisi yang diketahui panjang, yaitu AE dan RV.

Nilai x dan y akan diketahui, jika faktor skala sudah didapat. Untuk mencari x dapat membandingkan AB dan RS. Untuk mencari y dapat membandingkan DC dan UT.

Melaksanakan Penyelesaian

- a. Faktor skala adalah perbandingan panjang dua sisi yang bersesuaian yaitu :

$$\frac{AE}{RV} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}.$$

- b. Gunakan perbandingan sisi berikut.

$$\frac{RV}{AE} = \frac{RS}{AB} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{6}{9} = \frac{4}{x} \quad \Leftrightarrow \quad 6x = 36 \quad x = 6.$$

$$\frac{VR}{EA} = \frac{UT}{DC} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{6}{9} = \frac{5}{y} \quad \Leftrightarrow \quad 6y = 45 \quad y = 7,5.$$

Memeriksa Kembali

Periksa kembali hasil yang sudah diperoleh. Misalkan

karena $x = 6$, maka faktor skala $\frac{AB}{RS} = \frac{x}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$. Jadi sama dengan jawaban a.

Buatlah simpulan dengan mengembalikan pada pertanyaan yang dicari.

- a. Faktor skala dari segibanyak ABCDE terhadap

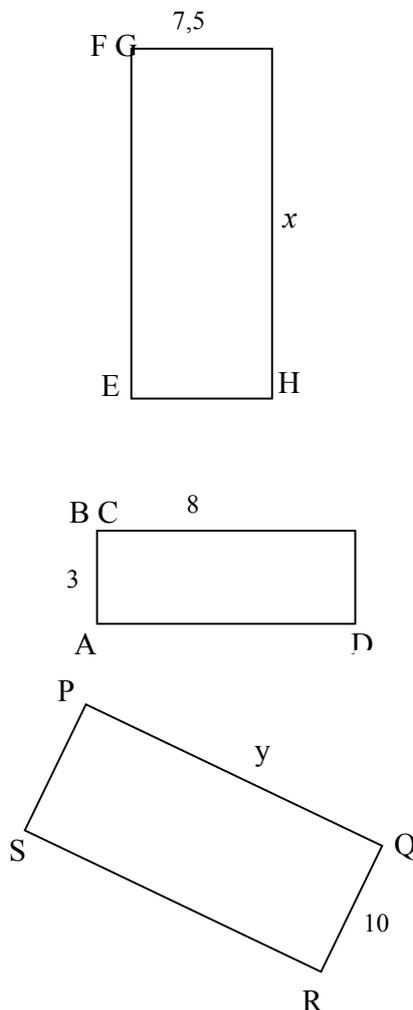
segibanyak RSTUV adalah $\frac{3}{2}$.

- b. Nilai $x = 6$ dan nilai $y = 7,5$.

Langkah menyelesaikan masalah itu harus kalian ingat dan perhatikan. Kalian tidak harus menuliskan langkah seperti memahami masalah, merencanakan, melaksanakan penyelesaian, dan memeriksa kembali.

Diketahui tiga persegi panjang yang sebangun, seperti pada gambar di bawah.

Hitunglah x dan y



Jawab:

Diketahui: persegi panjang ABCD, EFGH, dan PQRS yang sebangun.

Panjang sisi-sisi seperti pada gambar.

Ditanya: x dan y

Penyelesaian:

Strategi penyelesaian dengan membandingkan langsung panjang sisi-sisi dari ketiga persegi panjang itu.

$$\frac{BC}{GH} = \frac{BA}{GF} \Leftrightarrow \frac{8}{x} = \frac{3}{7,5}$$

$$8 \times 7,5 = 3 \times x$$

$$3x = 60$$

$$x = 20.$$

$$\frac{BC}{PQ} = \frac{BA}{QR} \Leftrightarrow \frac{8}{y} = \frac{3}{10}$$

$$8 \times 10 = 3 \times y$$

$$3y = 80$$

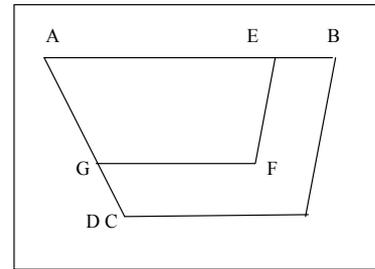
$$y = 26\frac{2}{3} \text{ atau } 26,67.$$

Latihan 1.1

1. Untuk masing-masing pernyataan di bawah, tulis B jika pernyataan *selalu benar*, K jika pernyataan *kadangkala benar* dan S jika pernyataan *selalu salah*.
 - a. Dua persegi panjang sebangun.
 - b. Dua persegi sebangun.
 - c. Segitiga sebangun dengan segiempat.
 - d. Dua jajargenjang sebangun.
 - e. Dua segitiga samasisi sebangun.
 - f. Dua belahketupat sebangun.
 - g. Dua segilima beraturan sebangun.
 - h. Dua segitiga samakaki sebangun
 - i. Dua layang-layang sebangun

2. Segiempat RSTV sebangun dengan segiempat LMNO. Panjang sisi-sisi dari RSTV berturut-turut 6 cm, 10 cm, 12 cm dan 14 cm. Panjang sisi terpendek dari LMNO adalah 9 cm.
 - a Tentukan faktor skala (perbandingan panjang sisi-sisi yang sesuai) dari RSTV ke LMNO.
 - b Hitunglah panjang sisi yang lain pada segiempat LMNO.
 - c Hitunglah keliling LMNO.
 - d Hitunglah perbandingan keliling RSTV dan LMNO.

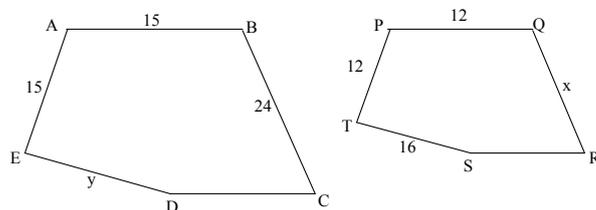
3. Diketahui trapesium ABCD sebangun dengan trapesium AEFG. Besar $\angle AGF = 108^\circ$, $GF = 14$ cm, $AD = 12$ cm, $DG = 4,5$ cm, $EF = 8$ cm dan $AB = 26$ cm.



Tentukan faktor skala ABCD terhadap AEFG.

Tentukan :

- a. (i) AG (ii) DC
(iii) besar $\angle ADC$ (iv) BC
 - b. Keliling ABCD
 - c. Keliling AEFG
 - d. Perbandingan keliling ABCD dan keliling EFGA.
4. Pasangan segibanyak dalam gambar berikut adalah sebangun. Tentukan nilai x dan y .



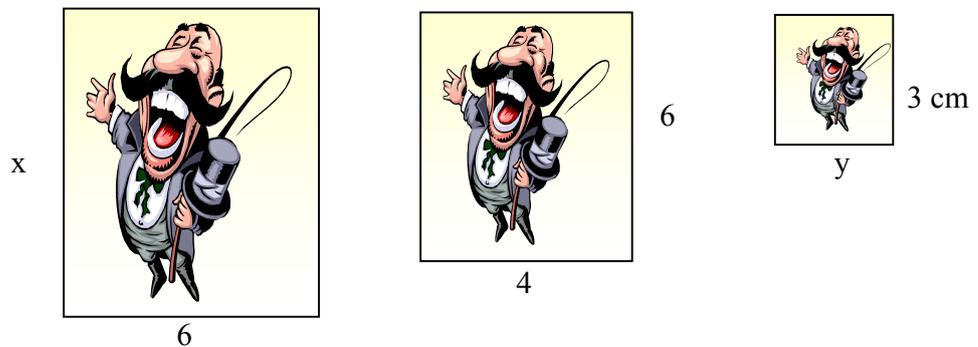
5. Dapatkah kamu memberi contoh dua segiempat yang perbandingan sisi-sisi bersesuaiannya adalah sama, tetapi kedua segiempat itu tidak sebangun?

6. Dapatkah kamu memberi contoh dua segiempat yang sudut- sudut bersesuaiannya adalah sama, tetapi kedua segiempat itu tidak sebangun?
7. Selidiki apakah dua segitiga yang perbandingan sisi-sisinya yang bersesuaian sama adalah sebangun?
8. Lukisan dan bingkainya pada gambar di samping adalah sebangun. Jika panjang lukisan 80 cm, panjang bingkai 100 cm dan lebar lukisan 60 cm, tentukan lebar bingkainya.

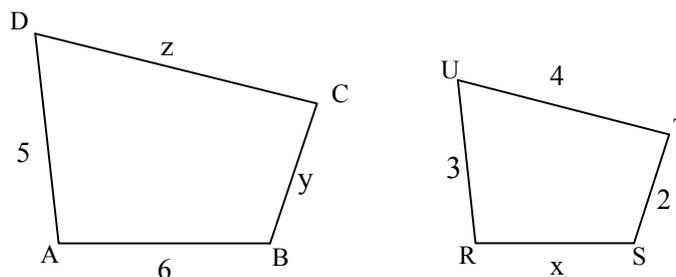


Sumber : www.warungbarangantik.blogspot.com

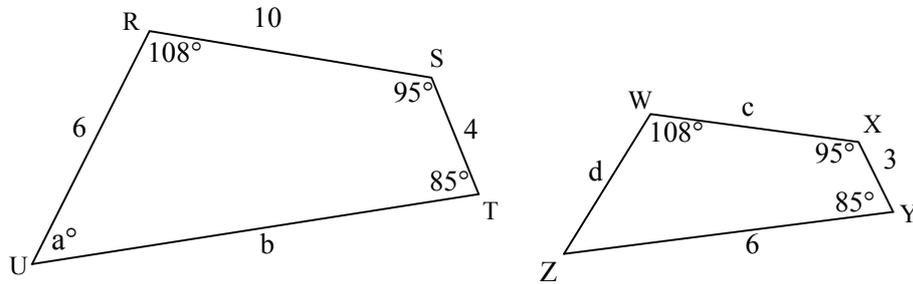
9. Perhatikan gambar di bawah ini. Jika ketiga gambar di bawah ini sebangun, maka tentukan x dan y .



10. Segiempat ABCD dan segiempat RSTU gambar di bawah sebangun. Tentukan x , y , dan z .



11. Diketahui segiempat RSTU dan segiempat WXYZ di bawah ini sebangun. Tentukan a , b , c , dan d .



12. Sebuah pigura foto berbentuk persegi panjang $40\text{ cm} \times 60\text{ cm}$ dan sebuah foto berbentuk persegi panjang berukuran $30\text{ cm} \times 40\text{ cm}$. Apakah bentuk pigura dan foto sebangun? Ubahlah salah satu ukuran pigura agar pigura dan foto sebangun. Berapakah ukurannya?
13. Sebuah map berukuran persegi panjang dengan ukuran $25\text{ cm} \times 35\text{ cm}$ dan kertas berukuran $21\text{ cm} \times 32\text{ cm}$. Apakah bentuk map dan kertas sebangun? Gantilah salah satu ukuran kertas agar bentuk map dan kertas sebangun?
14. Padanan sebangun dalam Bahasa Inggris adalah “similar”. Segitiga yang sebangun (*similar triangle*) banyak dijadikan sebagai masalah dalam matematika. Kunjungi http://www.analyzemath.com/Geometry/similar_triangle_problems.html untuk mengetahui masalah-masalah yang berkaitan dengan segitiga yang sebangun sekaligus

1.2

Segitiga-segitiga yang sebangun

Apa yang akan kamu pelajari?

- Syarat dua segitiga sebangun.
- Menentukan perbandingan sisi dua segitiga yang sebangun dan menghitung panjangnya
- Memecahkan masalah yang melibatkan konsep kesebangunan

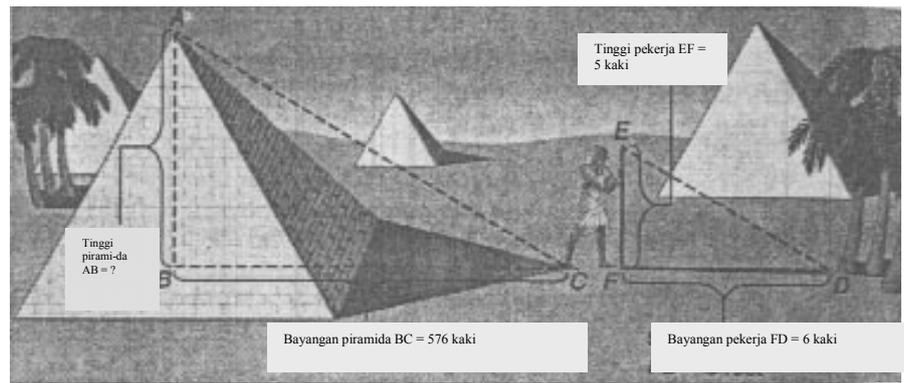
Kata Kunci:

- Segitiga sebangun
- Sisi yang bersesuaian



Syarat Dua Segitiga Sebangun

Ahli matematika Yunani, Thales, adalah orang pertama yang mengukur tinggi piramida menggunakan sifat geometri. Dia menunjukkan bahwa perbandingan antara tinggi piramida dengan pekerja sama dengan perbandingan antara tinggi masing-masing bayangannya.



Gambar 1.6

Dit. PSMP, 2006

Diskusikan bersama kelompokmu.

Dengan menggunakan keterangan di atas, dapatkah kamu mencari tinggi piramida? Segitiga-segitiga yang sebangun dapat membantumu menyelesaikan masalah-masalah seperti di atas. Bagaimana kamu dapat mengetahui dua segitiga sebangun? Pada pelajaran sebelumnya kamu sudah belajar menentukan apakah dua segitiga sebangun. Sekarang akan dipelajari cara-cara untuk menentukan apakah dua segitiga sebangun.

Pemodelan Matematika

Dengan bantuan penggaris dan busur derajat:

- 1) gambarlah $\triangle DEF$ dengan besar $\angle D = 35^\circ$, besar $\angle F = 80^\circ$, dan $DF = 4\text{cm}$
- 2) gambarlah $\triangle TRS$ dengan besar $\angle T = 35^\circ$, besar $\angle S = 80^\circ$, dan $ST = 7\text{cm}$
- 3) ukurlah panjang \overline{EF} , \overline{ED} , \overline{RS} dan \overline{RT} .
- 4) hitunglah perbandingan $\frac{FD}{ST}$, $\frac{EF}{RS}$ dan $\frac{ED}{RT}$.

Catat hasil-hasil yang kamu peroleh di atas pada tabel berikut.

Panjang sisi pada $\triangle DEF$		Panjang sisi pada $\triangle RST$		Nilai Perbandingan		
EF	ED	RS	RT	$\frac{FD}{ST}$	$\frac{EF}{RS}$	$\frac{ED}{RT}$

Apakah $\triangle DEF$ dan $\triangle TRS$ sebangun?

Apakah hasil yang kamu peroleh menunjukkan bahwa jika pada dua segitiga, sudut-sudut yang bersesuaian sama besar maka sisi-sisi yang bersesuaian sebanding?

Jika kamu setuju, berarti bahwa :

Segitiga Sebangun	Jika pada dua segitiga sudut-sudut yang bersesuaian sama besar, maka kedua segitiga itu sebangun.
--------------------------	---

Gunakanlah penggaris dan busur derajat.

- 1) Gambarlah segitiga ABC dengan $AB = 8\text{ cm}$, $BC = 6\text{ cm}$, dan $AC = 7\text{ cm}$.
- 2) Gambarlah segitiga PQR dengan $PQ = 4\text{ cm}$, $QR = 3\text{ cm}$ dan $PR = 3,5\text{ cm}$.
- 3) Ukurlah besar $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle P$, $\angle Q$, $\angle R$.
- 4) Apakah besar $\angle A = \angle P$, $\angle B = \angle Q$, $\angle C = \angle R$.

Apakah $\triangle ABC$ dan $\triangle PQR$ sebangun?

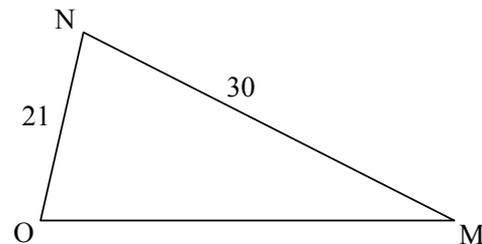
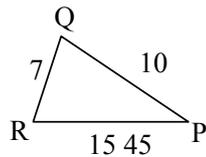
Apakah hasil yang kamu peroleh menunjukkan bahwa jika pada dua segitiga sisi-sisi yang bersesuaian sebanding, maka sudut-sudut yang bersesuaian sama besar? Karena pada dua segitiga, jika sudut-sudut yang bersesuaian sama besar mengakibatkan dua segitiga itu sebangun, maka berarti bahwa:

Segitiga Sebangun

Jika pada dua segitiga perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian sama maka kedua segitiga tersebut sebangun.

Contoh 1

Selidiki apakah $\triangle PQR$ sebangun dengan $\triangle MNO$. Bagaimana dengan sudut yang bersesuaian?



Jawab :

$$\frac{PR}{MO} = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{PQ}{MN} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{RQ}{ON} = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$$

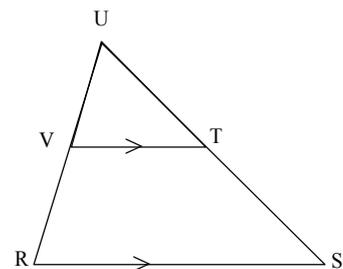
$$\frac{PR}{MO} = \frac{PQ}{MN} = \frac{RQ}{ON} = \frac{1}{3}$$

Jadi $\triangle PQR$ sebangun dengan $\triangle MNO$.

Akibatnya besar $\angle R =$ besar $\angle O$, besar $\angle P =$ besar $\angle M$ dan besar $\angle Q =$ besar $\angle N$

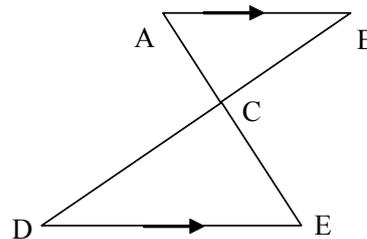
Cek Pemahaman

- Selidiki apakah $\triangle UTV$ dan $\triangle USR$ pada gambar di samping sebangun.
- Tuliskan perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian.



Gambar di samping $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$

- Tunjukkan bahwa $\triangle ABC$ dan $\triangle EDC$ sebangun.
- Tuliskan perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian.



Jawab:

Masalah dalam matematika terdiri dari masalah menemukan dan masalah membuktikan. Masalah ini adalah contoh masalah membuktikan.

Langkah menyelesaikan sama dengan masalah menemukan yang terdiri dari memahami masalah, merencanakan penyelesaian, melaksanakan rencana, dan memeriksa kembali.

Diketahui: $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ seperti pada gambar di atas.

- Buktikan $\triangle ABC \approx \triangle EDC$
- perbandingan sisi-sisinya.

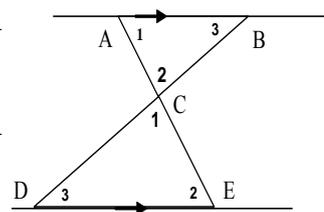
Penyelesaian:

- Strategi untuk menunjukkan bahwa $\triangle ABC \approx \triangle EDC$ dapat dengan menggunakan gambar langsung dengan diberi tanda kesejajaran.

Berdasar sifat kesejajaran didapat $\angle A_1 = \angle E_2$ (Karena dua sudut dalam berseberangan besarnya sama)

$\angle B_3 = \angle D_3$ (Karena dua sudut dalam berseberangan besarnya sama)

$\angle C_1 = \angle C_2$ (Karena dua sudut tersebut bertolakbelakang besarnya sama)

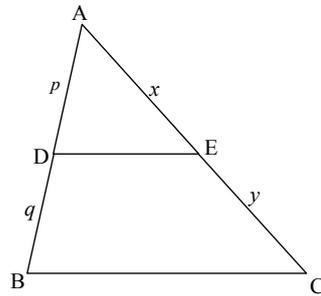


Karena $\triangle ABC$ dan $\triangle EDC$ memiliki sudut-sudut yang bersesuaian sama besar, maka $\triangle ABC \approx \triangle EDC$.

- Perbandingan sisi-sisinya adalah $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{DC} = \frac{AC}{CE}$.



Menghitung Salah Satu Sisi Segitiga yang Belum Diketahui dari Dua Segitiga Sebangun



Perhatikan gambar di samping.

$$\overline{BC} // \overline{DE}$$

Kamu sudah dapat membuktikan bahwa $\triangle ADE$ sebangun dengan $\triangle ABC$.

Misal panjang $\overline{AD} = p$ dan $\overline{DB} = q$. Karena $\triangle ADE$ sebangun dengan $\triangle ABC$ maka

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

$$\frac{p}{p+q} = \frac{x}{x+y}$$

$$p(x+y) = x(p+q)$$

$$px + py = px + qx$$

$$py = qx$$

$$\frac{p}{q} = \frac{x}{y}$$

Jadi perbandingan ruasgaris-ruasgaris pada kedua kaki segitiga ABC adalah:

$$\frac{p}{q} = \frac{x}{y}$$

Ini menunjukkan bahwa:

Garis Sejajar

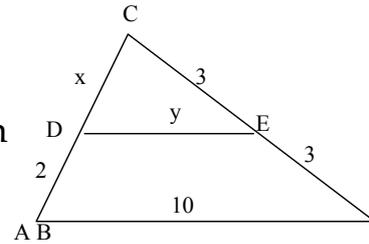
Jika suatu garis sejajar dengan salah satu sisi segitiga dan memotong dua sisi lainnya, maka garis tersebut akan membagi dua sisi yang dipotong dan mempunyai perbandingan yang sama.

Cek Pemahaman

Perhatikan gambar di samping,

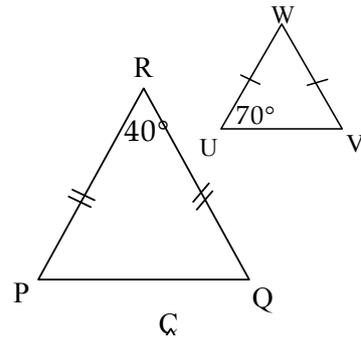
$$\overline{DE} \parallel \overline{AB}$$

- Buktikan $\triangle ABC$ sebangun $\triangle DEC$.
- Hitung x dan y .

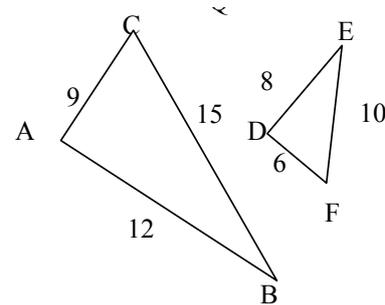


Latihan 1.2

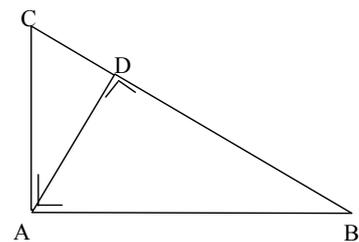
- Perhatikan gambar di samping.
 - Tunjukkan bahwa $\triangle PQR$ sebangun $\triangle UVW$.
 - Tentukan pasangan sisi yang bersesuaian yang mempunyai perbandingan yang sama.



- Perhatikan gambar di samping.
 - Tunjukkan $\triangle ABC \approx \triangle EFD$.
 - Tentukan pasangan ukuran sudut yang sama.



- Tuliskan pasangan-pasangan segitiga pada gambar di samping yang sebangun. Beri alasan mengapa pasangan segitiga itu sebangun.



Petunjuk:

Urutkan sudut-sudut yang sama besar pada segitiga yang sebangun.

4. Pada gambar di samping

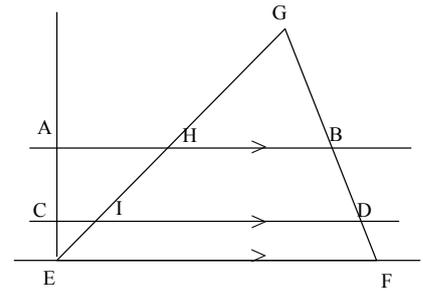
$$\overline{AB} \parallel \overline{CD} \parallel \overline{EF}$$

Lengkapi pernyataan berikut :

a. $\frac{AC}{BD} = \frac{CE}{\dots}$

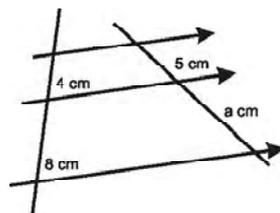
b. $\frac{CE}{IE} = \frac{\dots}{HI}$

c. $\frac{GH}{GE} = \frac{\dots}{GF}$

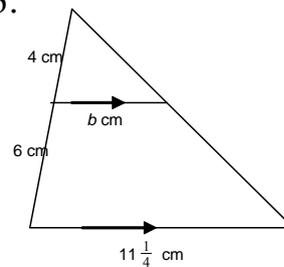


5. Hitung a, b, c, dan d dari gambar no. 5 - 8 berikut ini.

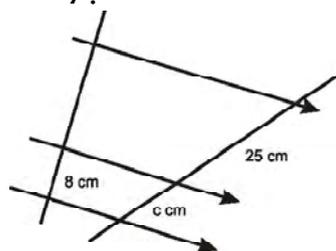
5.



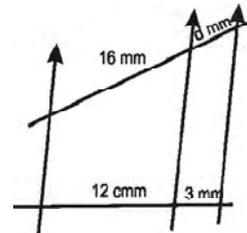
6.



7.



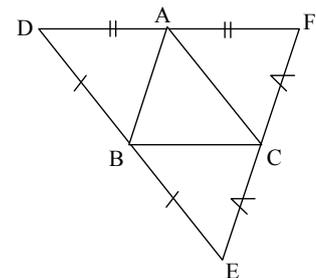
8.



9. **Pemecahan Masalah.** A, B dan C adalah berturut-turut titik tengah dari sisi \overline{DF} , \overline{DE} , dan \overline{FE} .

a. Jika $BC = 11$, $AC = 13$, dan $AB = 15$, hitung keliling ΔDEF

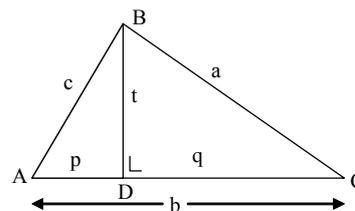
b. Jika $DE = 18$, $DA = 10$, dan $FC = 7$ hitung AB , BC dan AC .



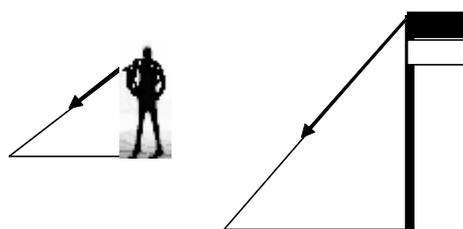
10. **Pemecahan Masalah.** Perhatikan gambar di samping.

Jika besar $\angle B = 90^\circ$, maka

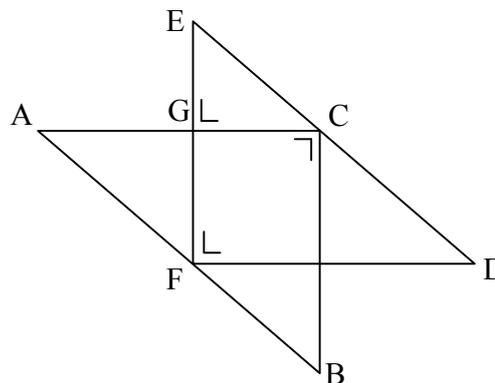
- Tunjukkan $\triangle ADB$ sebangun dengan $\triangle ABC$ dan $c^2 = p \cdot b$.
- Tunjukkan $\triangle BDC$ sebangun dengan $\triangle ABC$ dan $a^2 = q \cdot b$.



11. **Penerapan.** Pada saat upacara bendera, kamu dan bendera mendapat sinar matahari, sehingga panjang bayanganmu 200 cm dan bayangan tiang bendera 700 cm. Jika tinggimu 160 cm, tentukan tinggi tiang bendera.



12. Jika $\overline{ED} \parallel \overline{AB}$, $AB = 10$, $BC = 6$, $AC = 8$, $CD = 5$ dan $GE = 3$. Hitung EC , GC , dan EF .



Apa yang akan kamu pelajari?

- Mengenali dua bangun datar yang kongruen atau tak kongruen, dengan menyebut syaratnya.
- Menentukan segitiga yang kongruen.
- Membuktikan dua segitiga kongruen
- Menentukan perbandingan sisi-sisi dua segitiga yang kongruen dan menghitung panjangnya.
- Menyatakan akibat dari dua segitiga kongruen
- Membedakan pengertian sebangun dan kongruen

Kata Kunci:

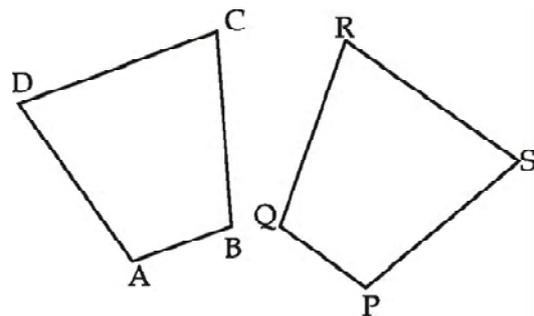
- Kongruen



Syarat Dua Bangun Datar Kongruen

Amati permukaan dua lembar uang seribu rupiah bergambar Kapitan Patimura maka akan tampak permukaan kedua uang itu sama bentuk maupun ukurannya.

Kedua permukaan uang itu dikatakan **sama dan sebangun** atau sering disebut **kongruen**. Sekarang perhatikan bangun segiempat di bawah ini.

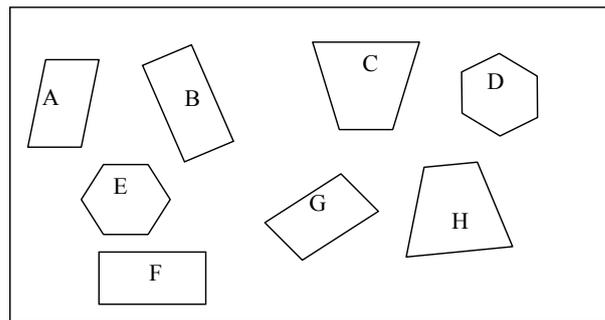


Gambar 1.8

- Bagaimana ukuran sisi-sisi segiempat ABCD dan segiempat PQRS? Periksalah dengan cara mengukur sisi-sisi yang bersesuaian dengan menggunakan penggaris.
- Bagaimana ukuran sudut-sudut segiempat ABCD dan segiempat PQRS? Periksalah dengan cara mengukur sudut-sudut yang bersesuaian dengan menggunakan busur derajat.
- Apakah kedua bangun itu kongruen? Jelaskan!

- d. Menurut kamu, apakah syarat dua poligon (segibanyak) kongruen? Jelaskan.
- e. Carilah benda-benda di sekitarmu yang permukaannya menurutmu kongruen. Apakah syarat-syarat yang kamu berikan untuk dua bangun kongruen terpenuhi?

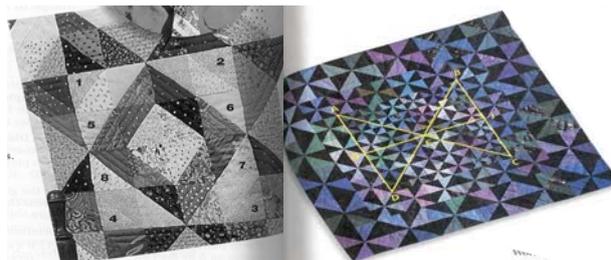
Dengan menggunakan syarat dua bangun kongruen yang telah kamu tetapkan, carilah pasangan-pasangan bangun berikut yang kongruen.



Gambar 1.9

Pernahkah kamu melihat dasi?

Beragam-macam warna dasi, ada yang polos, bermotif bunga, bermotif garis dan ada juga yang bermotif segitiga. Gambar 1.9(a) dan 1.9(b) di bawah ini merupakan dua contoh kain bahan untuk membuat dasi.



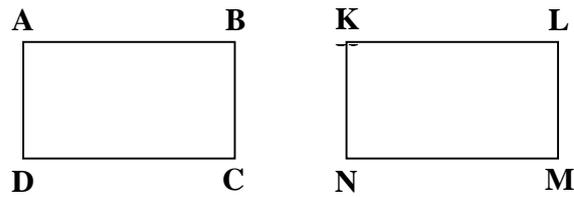
(a)

Gambar 1.10
Dit. PSMP, 2006

(b)

Kedua kain di atas bermotif segitiga. Jika kamu perhatikan, bentuk dan ukuran segitiga-segitiga pada setiap kain tersebut adalah sama. Segitiga-segitiga pada setiap kain di atas merupakan contoh dari segitiga-segitiga yang kongruen. Untuk lebih jelas tentang segitiga yang kongruen, lakukan kegiatan berikut.

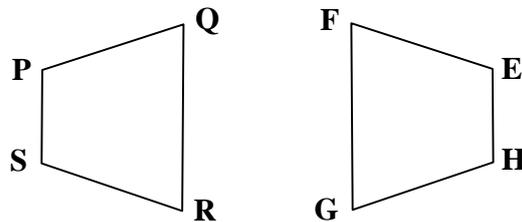
Perhatikan Gambar 1.11.



Gambar 1.11

- 1). Salinlah persegi panjang pada Gambar 1.11 di atas.
- 2). Jika persegi panjang ABCD digeser ke kanan sepanjang \overline{AK} , sedemikian hingga titik A berimpit dengan K, maka apa yang terjadi dengan titik-titik lain?
- 3). Apakah persegi panjang ABCD **tepat** menempati (menutupi) persegi panjang KLMN?

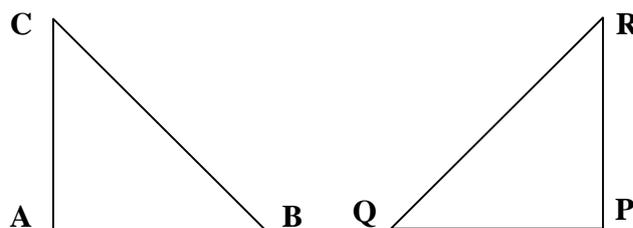
Jika benar setiap titik tepat menempati titik-titik persegi panjang lain, maka dikatakan bahwa persegi panjang ABCD kongruen dengan persegi panjang KLMN dan disimbolkan dengan $ABCD \cong KLMN$.



Gambar 1.12

- 4). Jiplaklah bangun PQRS (lihat Gambar 1.12) pada kertasmu dan gunting. Jika model trapesium yang kamu buat dan kamu balik kemudian digeser, maka apakah akan menempati EFGH?

Jika benar, maka $PQRS \cong EFGH$.



Gambar 1.13

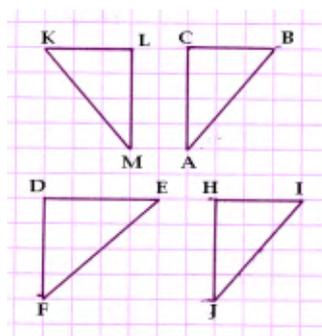
- 5). Jiplaklah $\triangle ABC$ (pada gambar 1.13) pada kertasmu dan gunting. Jika model segitiga yang kamu buat dan dibalikkan, kemudian digeser, maka apakah akan menempati $\triangle PQR$?

Jika benar, maka $\triangle ABC$ kongruen dengan $\triangle PQR$ ditulis $\triangle ABC \cong \triangle PQR$.

Berikut ini adalah beberapa contoh segitiga-segitiga yang kongruen.

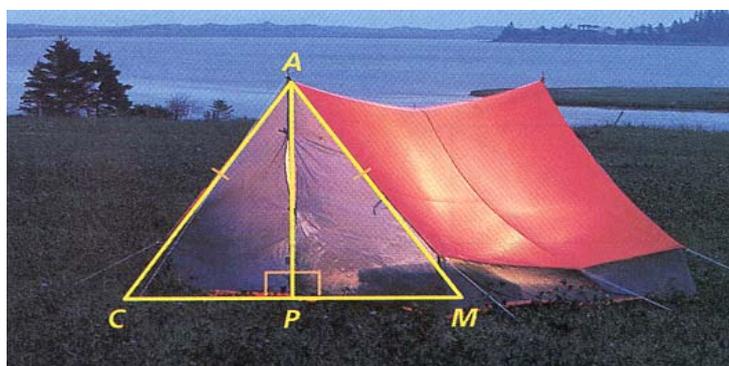
Contoh 1

1. Pada gambar 1.14 berikut ini, segitiga manakah yang kongruen dengan $\triangle ABC$? Kemudian sebutkan perlakuan yang dikenakan pada $\triangle ABC$ agar tepat menempati segitiga yang kongruen dengannya.

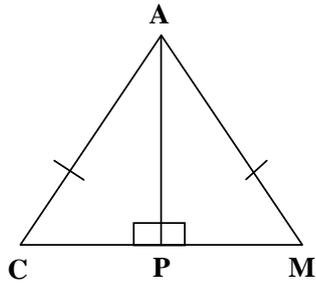


Gambar 1.14

2. **Kaitan dengan dunia nyata.** Perhatikan foto sebuah tenda di bawah ini.



Bagian depan tenda berbentuk segitiga seperti gambar berikut ini.



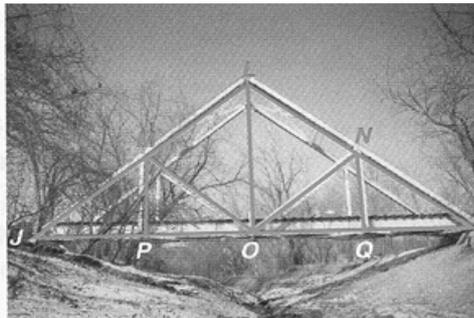
Apakah $\triangle ACP \cong \triangle AMP$? (jelaskan).

Jawab :

$\triangle ACP \cong \triangle AMP$, karena $\triangle ACP$ dapat tepat menempati $\triangle AMP$ dengan cara mencerminkan $\triangle ACP$ terhadap \overline{AP} .



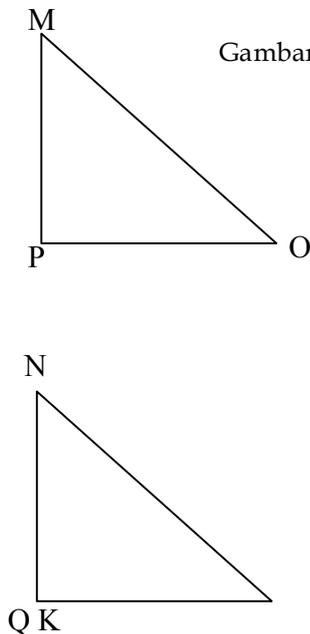
Sifat Dua Segitiga yang Kongruen



Dit. PSMP, 2006

Perhatikan gambar jembatan di samping.

Supaya kuat, jembatan itu diberi besi yang bagian-bagiannya membentuk segitiga. Perhatikan $\triangle MPO$ dan $\triangle NQK$. Jika digambar kembali dan diperbesar, akan tampak seperti Gambar 1.16 berikut ini.



Gambar 1.16

Gambar 1.15

Jika $\triangle MPO$ digeser sepanjang dan searah dengan \overline{PQ} , maka $\triangle MPO$ tepat menempati $\triangle NQK$. Oleh karena itu, dua segitiga pada Gambar 1.16 adalah kongruen. Jika $\triangle MPO$ digeser sepanjang dan searah \overline{PQ} , maka \overline{PO} berimpit dengan sisi \overline{QK} , sisi \overline{PM} berimpit dengan sisi \overline{QN} dan sisi \overline{OM} berimpit dengan sisi \overline{KN} . Sisi-sisi yang berimpit itu disebut sisi yang **bersesuaian (seletak)**. Jadi, sisi \overline{PO} bersesuaian (seletak) dengan sisi \overline{QK} , \overline{PM} bersesuaian (seletak) dengan \overline{QN} dan \overline{OM} bersesuaian (seletak) dengan \overline{KN} .

Hal itu menunjukkan bahwa :

Sifat Dua Segitiga Kongruen

Dua Segitiga kongruen mempunyai sifat sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang

Karena titik P berimpit dengan Q, titik O berimpit dengan K dan titik M berimpit dengan N, maka besar $\angle MPO =$ besar $\angle NQK$, besar $\angle POM =$ besar $\angle QKN$ dan besar $\angle PMO =$ besar $\angle QNK$. Sehingga $\angle MPO$ bersesuaian (seletak) dengan $\angle NQK$, $\angle POM$ bersesuaian (seletak) dengan $\angle QKN$ dan $\angle PMO$ bersesuaian (seletak) dengan $\angle QNK$.

Hal itu menunjukkan bahwa:

Sifat Dua Segitiga kongruen

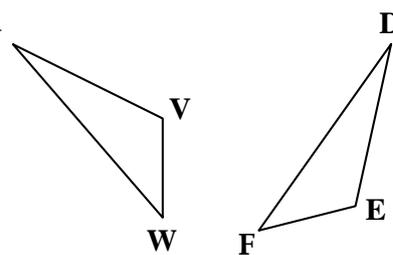
Dua Sigitiga kongruen mempunyai sifat sudut-sudut yang bersesuaian sama besar

Contoh 2

$\Delta U VW$ dan ΔDEF berikut adalah kongruen. Tentukan sisi-sisi yang sama panjang dan sudut-sudut yang sama besar.

Jawab:

Karena $\Delta U VW$ kongruen dengan ΔDEF , menurut sifat dua segitiga yang kongruen maka sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang. Jadi : $UV = DE$, $UW = DF$ dan $VW = EF$. Disamping itu, sudut-sudut yang bersesuaian juga sama besar.



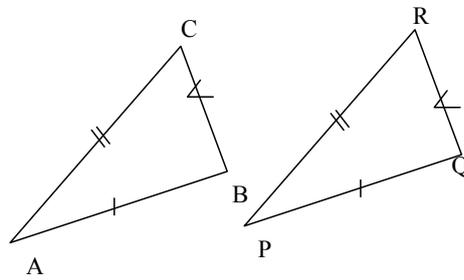
Gambar 1.17

Jadi: besar $\angle U =$ besar $\angle D$, besar $\angle V =$ besar $\angle E$, dan besar $\angle W =$ besar $\angle F$.



Syarat Dua Segitiga yang Kongruen dan Akibatnya

Perhatikan Gambar berikut.



Gambar 1.18

$AB = PQ$, $AC = PR$ dan $BC = QR$.
Jika $\triangle ABC$ digeser sepanjang dan searah \overline{AP} , maka : titik A berimpit dengan P, titik B berimpit dengan Q, titik C berimpit dengan R, sehingga $\triangle ABC$ tepat menutup $\triangle PQR$.

Dengan demikian $\triangle ABC \cong \triangle PQR$.

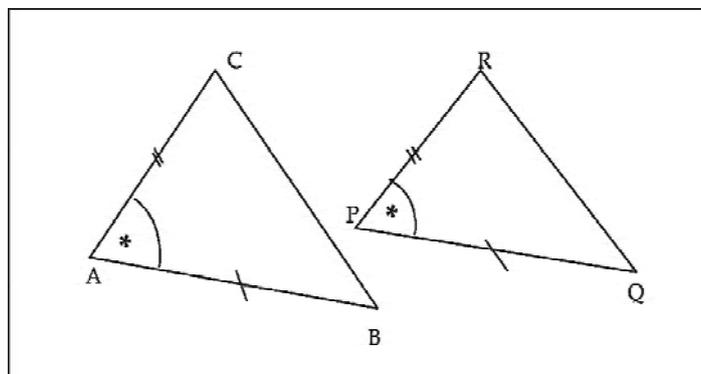
Kesimpulannya adalah:

Syarat dua segitiga kongruen

Dua Segitiga akan kongruen jika ketiga sisi yang bersesuaian dari dua segitiga itu sama panjang (s, s, s).

Untuk mempermudah mengingatnya, maka syarat itu hanya ditulis (s, s, s) yang artinya bahwa dua segitiga akan kongruen jika ketiga sisi yang bersesuaian sama panjang.

Selanjutnya, perhatikan gambar di bawah.



Gambar 1.19

ΔABC dan ΔPQR mempunyai dua sisi yang sama panjang dan sudut yang diapitnya adalah sama besar, yaitu: $AB = PQ$, $AC = PR$ dan $\angle A = \angle P$.

Jika ΔABC digeser sepanjang dan searah \overline{AP} , maka titik A akan berimpit dengan P. Karena besar $\angle A =$ besar $\angle P$, maka $\angle A$ berimpit dengan $\angle P$. Karena $AC = PR$, maka titik C berimpit dengan R dan karena $AB = PQ$, maka titik B berimpit dengan Q. Sehingga ΔABC tepat menempati (berimpit) dengan ΔPQR . Oleh karena itu, ΔABC kongruen dengan ΔPQR .

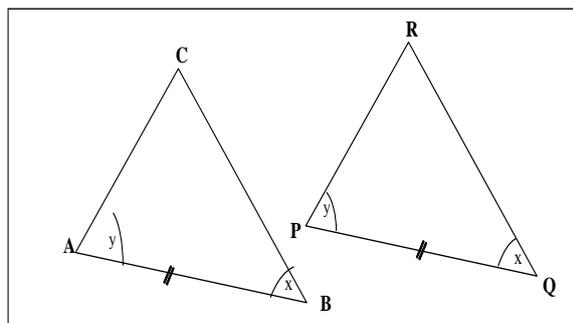
Kesimpulannya adalah:

**Syarat dua
Segitiga
kongruen**

Dua segitiga akan kongruen jika dua sisi pada segitiga pertama sama panjang dengan dua sisi yang bersesuaian pada segitiga kedua, dan kedua sudut apitnya sama besar (s, sd, s).

Untuk mempermudah mengingatnya, maka syarat itu hanya ditulis **(s, sd, s)** yang artinya bahwa dua segitiga akan kongruen jika panjang dua sisi dan sudut yang diapitnya sama besar. **Apakah akibatnya** jika kedua segitiga itu kongruen menurut (s, sd, s)?

Kita sudah mendapatkan dua syarat dari dua segitiga yang kongruen. Berikutnya, kita akan mengamati dua segitiga yang mempunyai satu sisi yang bersesuaian sama panjang dan sudut-sudut yang bersesuaian yang terletak pada sisi-sisi yang bersesuaian itu sama panjang. Untuk jelasnya, perhatikan gambar di bawah.



Gambar 1.19

Besar $\angle A =$ besar $\angle P$, $AB = PQ$ dan besar $\angle B =$ besar $\angle Q$.

\overline{AB} adalah sisi pada $\angle A$ dan $\angle B$.

\overline{PQ} adalah sisi pada $\angle P$ dan $\angle Q$.

Karena jumlah ketiga sudut pada segitiga adalah 180° , maka:

Besar $\angle A +$ besar $\angle B +$ besar $\angle C = 180^\circ$ dan

Besar $\angle P +$ besar $\angle Q +$ besar $\angle R = 180^\circ$.

Sehingga diperoleh :

Besar $\angle C = 180^\circ -$ besar $\angle A -$ besar $\angle B$ dan besar $\angle R = 180^\circ -$ besar $\angle P -$ besar $\angle Q$.

Karena besar $\angle A =$ besar $\angle P$ dan besar $\angle B =$ besar $\angle Q$, maka besar $\angle R = 180^\circ -$ besar $\angle A -$ besar $\angle B$.

Akibatnya besar $\angle C =$ besar $\angle R$, sehingga diperoleh hubungan:

Besar $\angle A =$ besar $\angle P$, besar $\angle B =$ besar $\angle Q$, dan besar $\angle C =$ besar $\angle R$.

Dengan demikian ketiga sudut dua segitiga itu sama besar. Karena itu, dua segitiga itu sebangun. Karena dua segitiga itu sebangun, maka akibatnya perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian adalah sama, yaitu:

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR}$$

Diketahui bahwa $AB = PQ$, maka akibatnya adalah

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR} = 1$$

Dengan demikian diperoleh hubungan $AB = PQ$, $BC = QR$ dan $AC = PR$. Hal itu berarti ketiga sisi pada kedua segitiga tersebut adalah sama panjang. Berdasarkan syarat (s,s,s) seperti yang telah kita bahas, maka $\triangle ABC \cong \triangle PQR$. Apakah akibatnya?

Kesimpulannya adalah:

**Syarat dua
segitiga
kongruen**

Dua segitiga akan kongruen jika dua sudut pada segitiga pertama sama besar dengan dua sudut yang bersesuaian pada segitiga kedua, dan sisi yang merupakan kaki persekutuan kedua sudut sama panjang (sd, s, sd).

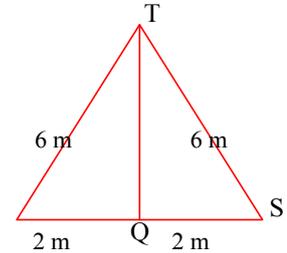
Contoh 3

- Perhatikan ΔRQT dan ΔSQT pada Gambar 1.20. Selidiki apakah ΔRQT kongruen dengan ΔSQT ? Apakah akibatnya?

Jawab:

Karena $RT = ST$, $RQ = SQ$ dan $TQ = TQ$, maka ketiga sisi yang bersesuaian dari dua segitiga tersebut sama panjang. Berdasarkan syarat (s, s, s), $\Delta RQT \cong \Delta SQT$.

Akibatnya besar $\angle R = \angle S$, $\angle RTQ = \angle STQ$ dan $\angle TQR = \angle TQS$



Gambar 1.20

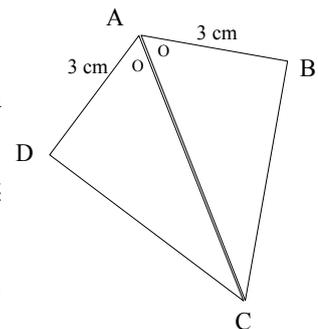
- Perhatikan Gambar 1.21 berikut. Selidiki apakah ΔDAC kongruen dengan ΔBAC ? Apakah akibatnya?

Jawab:

Perhatikan ΔDAC dan ΔBAC .

Karena $DA = BA$, $\angle DAC = \angle BAC$ dan $AC = AC$, maka berdasarkan syarat (s, sd, s), $\Delta DAC \cong \Delta BAC$.

Akibatnya $CD = BC$, $\angle ADC = \angle ABC$, $\angle DCA = \angle BCA$



Gambar 1.21

- Pada gambar di samping diketahui bahwa $\angle A = \angle M$ dan $\angle B = \angle L$. Tunjukkan bahwa $\Delta ABC \cong \Delta MLK$.

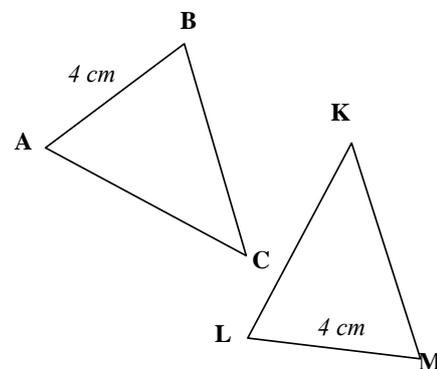
Jawab:

Diketahui $\angle A = \angle M$, $\angle B = \angle L$

\overline{AB} adalah sisi pada $\angle A$ dan $\angle B$.

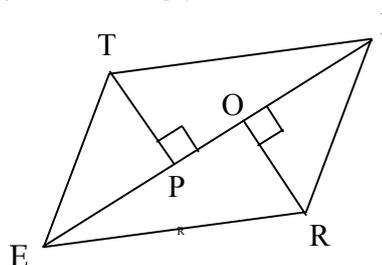
\overline{LM} adalah sisi pada $\angle M$ dan $\angle L$. $AB = ML$

Karena $\angle A = \angle M$, $AB = ML$, dan $\angle B = \angle L$, berdasarkan syarat (sd, s, sd), maka $\Delta ABC \cong \Delta MLK$. Akibatnya $\angle C = \angle K$, $BC = KL$, $AC = KM$



Gambar 1.22

4. **Pembuktian.** Perhatikan Jajargenjang ERIT di samping
Tunjukkan bahwa $TP = RO$.



Gambar 1.22

Penyelesaian :

Untuk menunjukkan bahwa $TP = RO$, coba kamu ikuti dan lengkapi titik-titik berikut ini.

<i>Pernyataan</i>	<i>Alasan</i>
Perhatikan $\triangle TIE$ dan $\triangle REI$.	
1. $IT = ER, ET = IR, EI = IE$	1. Diketahui dari Gambar 1.22
2. a. $\triangle TIE \cong \triangle \dots$	2 a. (s,s,s)
b. besar $\angle TIE =$ besar $\angle \dots$ dan besar $\angle TEI =$ besar $\angle \dots$	b. seletak (bersesuaian)
Sekarang perhatikan $\triangle TPE$ dan $\triangle ROI$.	
3. besar $\angle TPE =$ besar $\angle \dots$	3. keduanya 90°
4. besar $\angle TEP =$ besar $\angle \dots$	4. berdasarkan 2b
5. besar $\angle PTE = 90^\circ -$ besar $\angle TEP$	5. jumlah ketiga sudut segitiga 180°
6. besar $\angle ORI = 90^\circ -$ besar $\angle \dots$	6. jumlah ketiga sudut segitiga 180°
7. besar $\angle PTE =$ besar $\angle ORI$	7. berdasarkan 5 dan 6

Karena besar $\angle TEP =$ besar $\angle RIO$, $ET = RI$ dan besar $\angle PTE =$ besar $\angle ORI$, maka berdasarkan syarat (\dots, \dots, \dots), $\triangle TPE \cong \triangle ROI$. Karena TP seletak (bersesuaian) dengan RO , maka $TP = RO$.

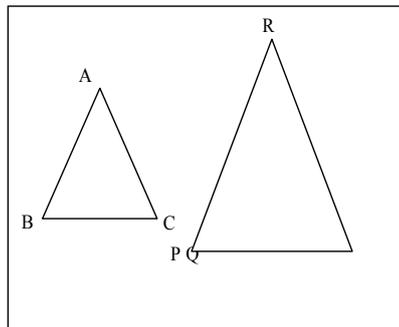
Jadi $TP = RO$ (terbukti).



Menyelidiki Kekongruenan Dua segitiga yang Sebangun

Perhatikan dua segitiga samasisi di bawah ini.

- Apakah $\triangle ABC$ sebangun dengan $\triangle PQR$? Jelaskan!
- Apakah $\triangle ABC$ kongruen dengan $\triangle PQR$? Jelaskan!
- Apakah dua segitiga yang sebangun pasti kongruen? Jelaskan!

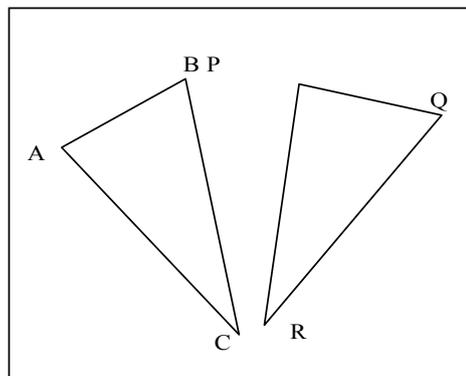


Gambar 1.23

Menyelidiki : Segitiga yang kongruen adalah sebangun

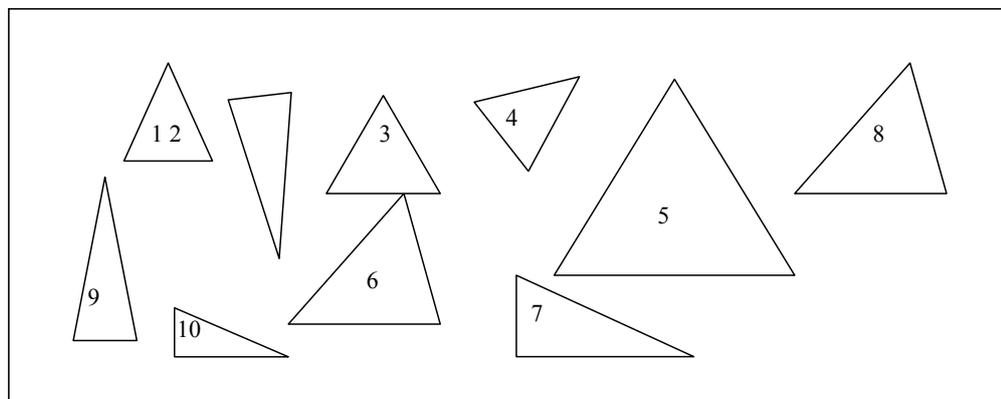
Perhatikan dua segitiga di bawah ini.

- Apakah $\triangle ABC$ sebangun dengan $\triangle PQR$? Jelaskan!
- Apakah $\triangle ABC$ kongruen dengan $\triangle PQR$? Jelaskan!
- Apakah segitiga yang kongruen pasti sebangun? Jelaskan!



Gambar 1.24

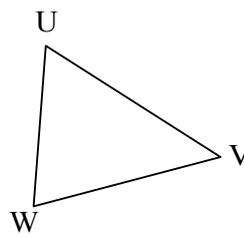
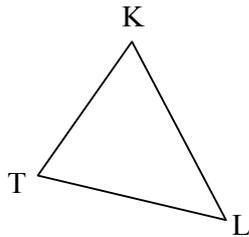
Carilah pasangan-pasangan segitiga yang kongruen dan pasangan segitiga yang sebangun dari gambar di bawah ini.



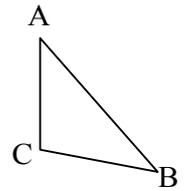
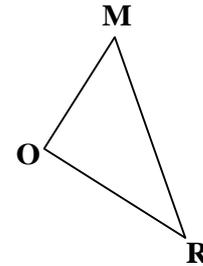
Gambar 1.25

1. Dengan cara mengukur, tentukan apakah dua segitiga berikut kongruen? Jika kongruen, kemukakan alasanmu dan tentukan sisi dan sudut yang bersesuaian.

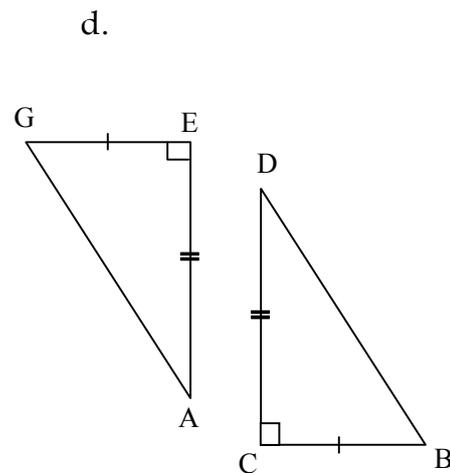
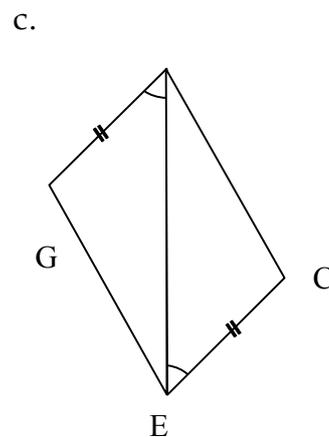
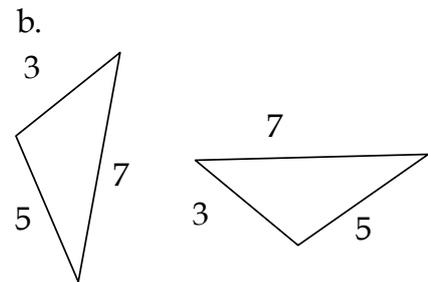
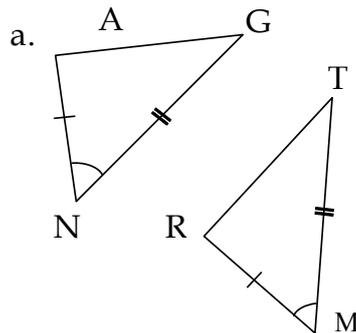
a.



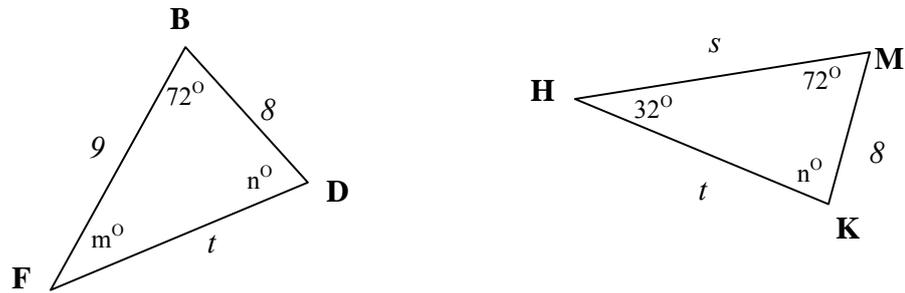
b.



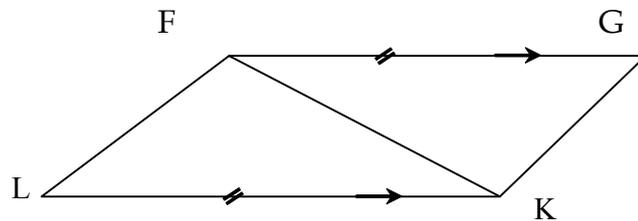
2. Apakah pasangan segitiga berikut ini kongruen? Jika ya, kemukakan alasanmu dan apakah akibatnya?



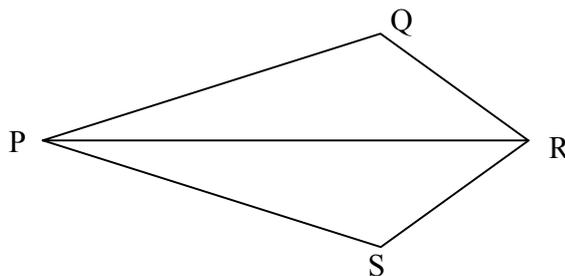
3. Pada gambar berikut ini, jelaskan mengapa $\triangle BDF \cong \triangle MKH$, kemudian tentukan nilai m dan n .



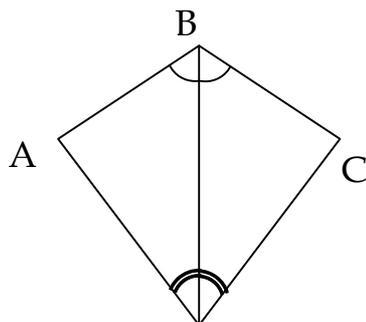
4. Apakah $\triangle FKL$ kongruen dengan $\triangle KFG$? Kemukakan alasanmu. Jika kongruen, tentukan sisi yang sama panjang dan sudut yang sama besar.



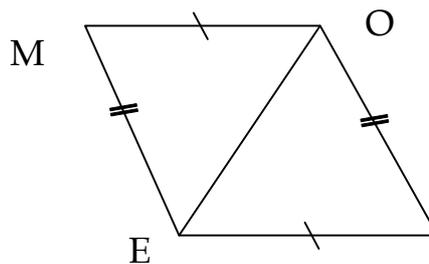
5. PQRS adalah layang-layang. Sebutkan dua segitiga yang kongruen, kemudian sebutkan sisi yang sama panjang dan sudut yang sama besar.



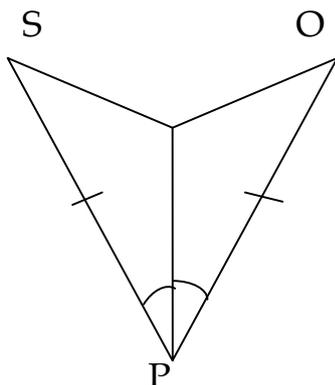
4. $AB = CB$



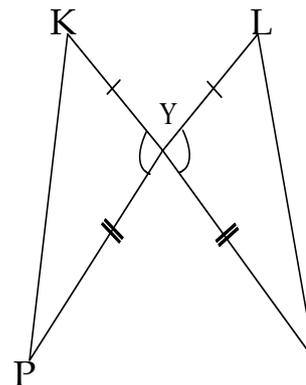
5. besar $\angle OME =$ besar $\angle ERO$



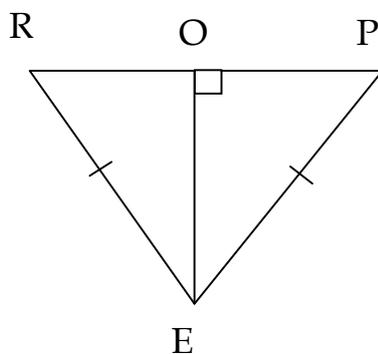
6. besar $\angle TSP =$ besar $\angle TOP$



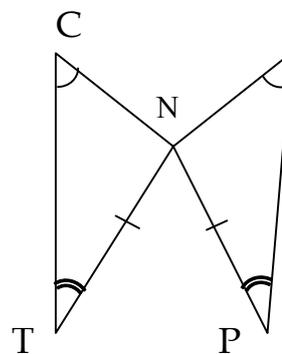
7. $KP = LM$



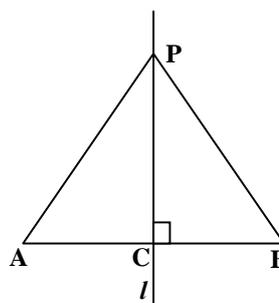
8. besar $\angle ORE =$ besar $\angle OPE$



9. $CT = RP$



10. Jika garis l tegak lurus \overline{AB} dan $CA = CB$, tunjukkan bahwa $PA=PB$.



Setelah kalian mempelajari bab ini, renungkan dan pikirkan pertanyaan-pertanyaan berikut.

1. Bila diketahui dua bangun datar yang ukuran-ukurannya sebanding, apakah pasti kedua bangun itu sebangun? Jelaskan.
2. Adakah dua bangun datar yang selalu sebangun? Jelaskan.
3. Diketahui dua bangun datar yang sebangun. Salah satu panjang sisi dari satu bangun tidak diketahui. Panjang sisi yang lain dari kedua bangun datar itu diketahui. Bagaimana cara mencari panjang sisi yang tidak diketahui itu?
4. Dua segitiga yang kongruen memiliki ciri, yaitu sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang. Benarkah pernyataan itu? Jelaskan dan beri contoh.
5. Dua segitiga yang kongruen memiliki ciri, yaitu kedua sudut yang bersesuaian dari dua segitiga itu sama besar dan panjang sisi yang diapit kedua sudut itu sama panjang. Benarkah pernyataan itu? Jelaskan dan beri contoh.
6. Adakah materi yang masih sulit untukmu? Beranikan untuk bertanya pada guru atau temanmu.

Rangkuman

1. Dua bangun datar dikatakan sebangun jika sudut-sudut yang bersesuaian sama besar dan sisi-sisi yang bersesuaian sebanding.
2. Dua segitiga dikatakan sebangun, jika sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.
3. Dua segitiga dikatakan sebangun, jika perbandingan sisi-sisi segitiga yang bersesuaian sama.
4. Jika dalam suatu segitiga terdapat garis yang sejajar dengan salah satu sisi segitiga tersebut, maka garis sejajar tersebut membagi kedua sisi lainnya pada segitiga itu atas dua ruas garis dengan perbandingan yang sama.

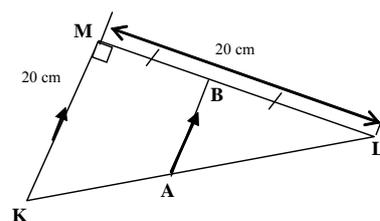
5. Dua bangun datar dikatakan kongruen, jika memiliki ukuran dan bentuk yang tepat sama.
6. Dua segitiga yang kongruen mempunyai sifat, yaitu sisi-sisi yang seletak sama panjang.
7. Dua segitiga yang kongruen mempunyai sifat, yaitu sudut-sudut yang seletak sama besar.
8. Dua segitiga akan kongruen jika:
 - a. ketiga sisi pada segitiga pertama sama panjang dengan ketiga sisi yang bersesuaian pada segitiga yang kedua (s, s, s).
 - b. dua sisi pada segitiga pertama sama panjang dengan dua sisi yang bersesuaian pada segitiga kedua, dan kedua sudut apitnya sama besar (s, sd, s).
 - c. dua sudut pada segitiga pertama sama besar dengan dua sudut yang bersesuaian pada segitiga kedua, dan sisi yang merupakan kaki persekutuan kedua sudut sama panjang (sd, s, sd).

Evaluasi Mandiri

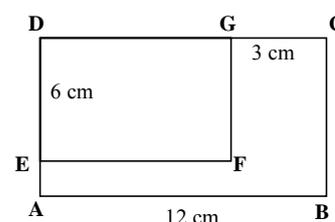
Pilihlah jawaban yang paling benar dengan memberi tanda silang (X) pada pilihan yang diberikan.

1. Perhatikan gambar di bawah ini. Panjang AB adalah ...

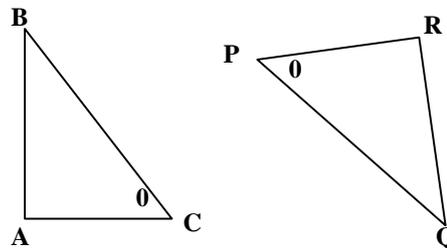
- A. 5 cm B. 7,5 cm
C. 8,5 cm D. 10 cm



2. Perhatikan gambar di bawah ini. Jika segiempat ABCD sebangun dengan segiempat DEFG, maka panjang BC adalah



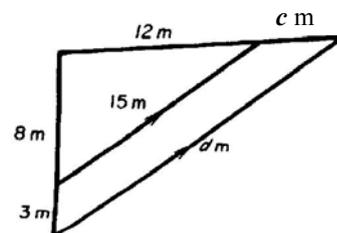
- A. 8 cm B. 9 cm
C. 10 cm D. 12 cm
3. Segitiga yang ukuran sisinya 3 cm, 4 cm, dan 5 cm sebangun dengan segitiga yang ukuran sisi-sisinya
A. 8 cm, 15 cm, dan 17 cm
B. 5 cm, 12 cm, dan 13 cm
C. 9 cm, 12 cm, dan 15 cm
D. 20 cm, 16 cm, dan 12 cm.
4. Dua buah segitiga pada gambar dibawah ini adalah kongruen, sehingga panjang AB sama dengan ...
A. PR
B. QR
C. PQ
D. RP



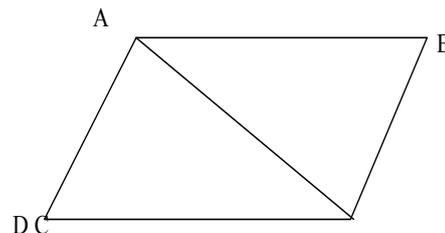
5. ΔPQR sama kaki dengan $PQ = QR = 18$ cm dan $PR = 12$ cm. Jika ΔPQR kongruen dengan $DABC$, maka panjang AB adalah ...
A. 8 cm B. 12 cm
C. 16 cm D. 18 cm.

Jawablah soal berikut dengan l

6. Perhatikan segitiga di samping. Tentukan nilai c dan d .



7. Misalkan ABCD adalah jajargenjang. Dengan kongruensi, tunjukkan bahwa $\Delta ABC \cong \Delta CDA$.



8. Diketahui ΔPQR sebangun dengan ΔPST , dengan $ST = 9$ cm, $QR = 6$ cm, $PQ = 4$ cm, dan $RT = 3$ cm. Hitunglah panjang PR , PT , QS , dan PS .
9. Diketahui ΔABC dan ΔPQR segitiga siku-siku dengan $BC = QR$, $\angle C = \angle R$. Tunjukkan bahwa $AC = PR$.
10. Jika sebatang tongkat dengan panjang 3 m membentuk bayangan 8 m, berapakah tinggi cerobong asap yang membentuk bayangan 16 m pada saat itu?

Bab 2

Bangun Ruang Sisi Lengkung

Standar Kompetensi

Memahami sifat-sifat tabung, kerucut, dan bola serta menentukan ukurannya



Kompetensi Dasar

1. Mengidentifikasi unsur-unsur tabung, kerucut dan bola
2. Menghitung luas selimut dan volume tabung, kerucut dan bola
3. Memecahkan masalah yang berkaitan dengan tabung, kerucut, dan bola

2.1

Tabung

Apa yang akan kamu pelajari?

- Menyatakan rumus luas sisi tabung.
- Menghitung luas sisi tabung.
- Menyatakan rumus volume tabung.
- Menghitung volume tabung.
- Menghitung ukuran tinggi atau jari-jari suatu tabung jika volumenya ditentukan.

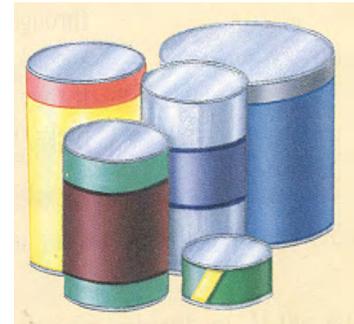
Kata Kunci:

- Tabung
- Luas sisi tabung
- Luas alas
- Volume tabung



Luas Sisi Tabung

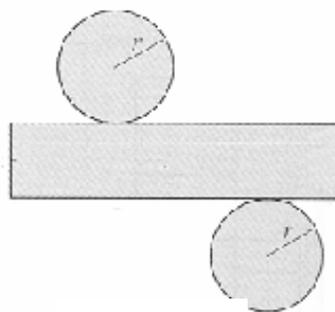
Perhatikan gambar kaleng-kaleng di samping. Berbentuk bangun ruang apakah kaleng-kaleng itu?



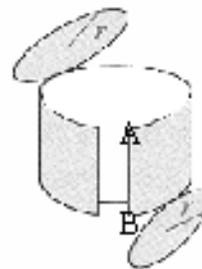
Gambar 2.1

Kaleng-kaleng itu berbentuk tabung. Tabung adalah bangun ruang yang dibatasi oleh dua bidang yang berbentuk lingkaran sebagai *sisi alas* dan *sisi atas* dan sebuah bidang lengkung yang merupakan sisi tegak yang disebut *selimut tabung*.

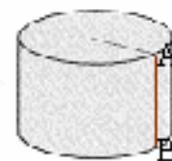
Hal tersebut dapat digambar sebagai berikut.



Gambar 2.4

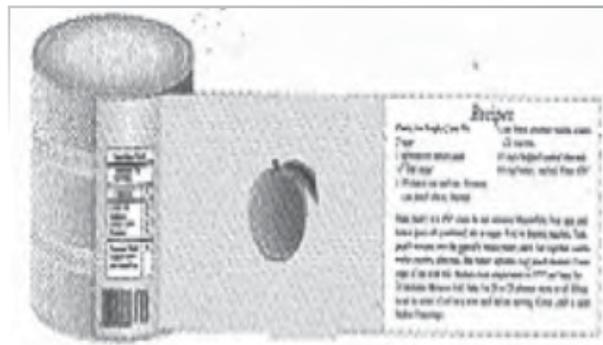


Gambar 2.3



Gambar 2.2

Bila tabung dibuka bagian sisi atas dan sisi alasnya serta dipotong sepanjang garis lurus \overline{AB} pada selimutnya, seperti pada Gambar 2.3 dan diletakkan pada bidang datar, maka akan didapat jaring-jaring tabung, seperti pada Gambar 2.4.



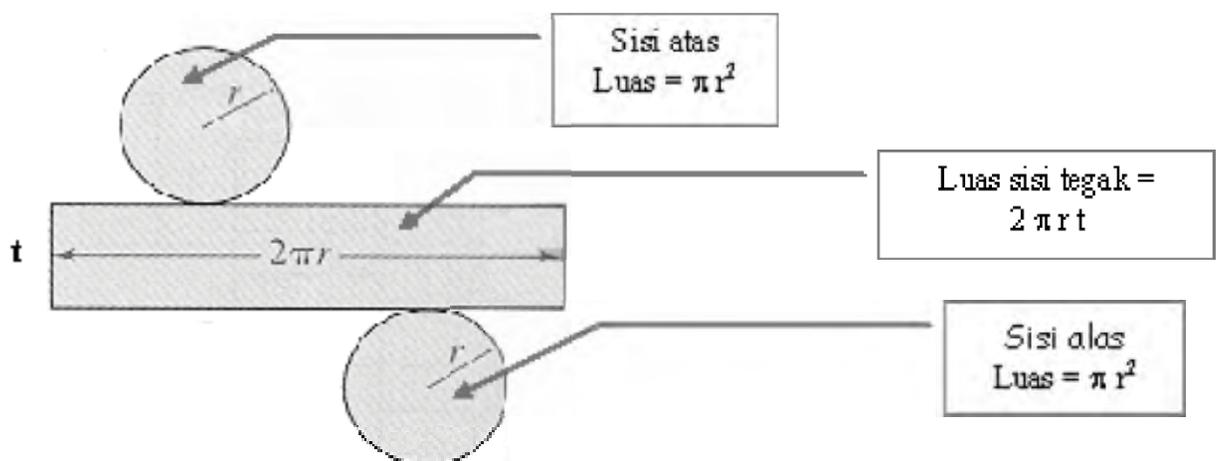
Gambar 2.5
Sumber: Dit. PSMP, 2006

Untuk lebih meyakinkan kamu, carilah kaleng susu atau kaleng apa saja yang masih berlabel. Bila label kaleng dipotong seperti Gambar 2.5 dan diletakkan pada bidang datar (atau diratakan), maka akan didapat persegi panjang.

Tinggi persegi panjang itu sama dengan tinggi kaleng dan panjangnya merupakan keliling alas kaleng.

Sekarang bagaimana kita mencari luas sisi tabung?

Perhatikan gambar tabung yang telah diiris di bawah ini. Luas tabung dapat dicari dengan mencari masing-masing luas sisinya.



Ingat !

π adalah bilangan yang menunjukkan perbandingan antara keliling suatu lingkaran (misalkan K) dengan diameternya (misalkan d)

$$\pi = \frac{K}{d}$$

Pendekatan nilai π adalah $\frac{22}{7}$ atau 3,14.

$$\begin{aligned} \text{Luas tabung} &= \text{luas sisi tegak} + \text{luas sisi atas} + \text{luas sisi alas} \\ &= \text{luas sisi tegak} + 2 \text{ luas sisi alas} \end{aligned}$$

Bila luas sisi tabung dinamakan L , maka luas sisi tabung adalah

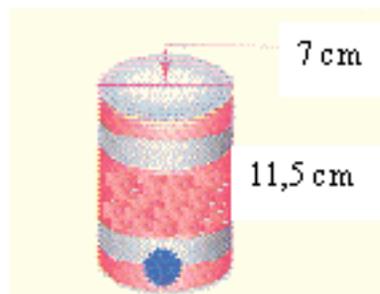
Rumus Luas Sisi Tabung

$$L = 2\pi r t + 2\pi r^2$$

dengan r : jari-jari tabung
 t : tinggi

Contoh 1

Tentukan luas minimum aluminium yang diperlukan untuk membuat kaleng yang berbentuk tabung di samping. (Gunakan $\pi = \frac{22}{7}$)



Jawab:

Sisi tabung memuat dua lingkaran dan satu persegi panjang, sehingga luas tabung sebagai berikut.

$$\begin{aligned} L &= 2 \text{ luas lingkaran} + \text{luas sisi tegak} \\ L &= 2\pi r^2 + 2\pi r t \\ &= 2\pi (3,5)^2 + 2\pi \times 3,5 \times 11,5 \\ &= 2\pi \times 12,25 + 2\pi \times 40,25 \\ &= 24,5\pi + 80,5 = 105\pi = 105 \cdot \frac{22}{7} \\ &= 330. \end{aligned}$$

Ingat !

Gunakan $\pi = \frac{22}{7}$, bila pengali dari π adalah bilangan yang habis dibagi 7 atau faktor dari 7. Bila tidak dapat gunakan $\pi = 3,14$.

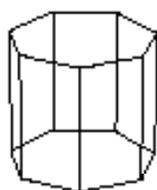
Jadi luas aluminium yang diperlukan untuk membuat kaleng itu adalah 330 cm^2 .

B

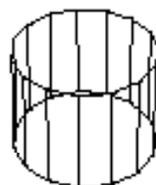
Volume tabung

Berapakah volume suatu kaleng?

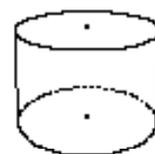
Rumus volume tabung mirip dengan volume prisma.



(a)



(b)



(c)

Gambar 2.6

Volume prisma-prisma beraturan (a) dan (b) adalah luas alas (A) kali tinggi (h). Bila segibanyak beraturan yang merupakan alas memiliki sisi yang banyak sekali, akan didapat bahwa alas itu mendekati bentuk

lingkaran, sehingga prisma akan menyerupai tabung (c). Dengan demikian volume tabung dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$V = A \times t$$

$$V = (\pi r^2) \times t$$

**Rumus
Volume
Tabung**

$V = \pi r^2 t$,
dengan r : jari-jari tabung
t : tinggi

Contoh 2 *Kaitan dengan dunia nyata*



Ibu membuat kue keju yang berbentuk tabung seperti gambar di samping untuk persiapan hari raya. Jika jari-jari kue adalah 10 cm dan tingginya 5 cm, carilah volume kue di samping!

Jawab:

Diameter kue (d) = 20 cm, sehingga jari-jari kue (r) = 10 cm.

$$\begin{aligned} V &= (\pi r^2) \times t \\ &= (3,14 \cdot 10^2) \times 5 \\ &= 3,14 \cdot 100 \cdot 5 = 1.570 \end{aligned}$$

Jadi volum kue tersebut adalah 1.570 cm³.

Pemecahan Masalah



Sumber: www.flickr.com

Dita membuat kue untuk ulang tahunnya, seperti gambar di samping. Tinggi tiap tingkatan kue sama yaitu 7 cm.

Jika diameter kue yang bawah 30 cm dan diameter kue yang atas 25 cm, tentukan perbandingan volume antara kue yang bawah dengan kue yang atas.

Jawab:

Untuk memecahkan masalah ingat kembali langkahnya, yaitu memahami masalah, merencanakan penyelesaian, melaksanakan rencana, dan memeriksa kembali.

Memahami masalah

Diketahui : Kue ulang tahun berbentuk tabung terdiri dari 2 lapis. Tinggi lapis atas (t_1) = 7 cm, dan lapis bawah (t_2) = 7 cm. Diameter atas (d_1) = 25 cm, diameter bawah (d_2) = 30 cm.

Ditanya : Perbandingan volume kue yang bawah dan yang atas atau $V_2 : V_1$

Merencanakan Penyelesaian

Rumus yang mudah untuk volume adalah menggunakan $V = \pi r^2 t$

Kalau mencari volumenya dahulu akan lebih sulit, sehingga langsung menyederhanakan dari perbandingannya.

$$d_1 = 2r_1 \leftrightarrow r_1 = \frac{d_1}{2}$$

$$d_2 = 2r_2 \leftrightarrow r_2 = \frac{d_2}{2}$$

$$h_1 = h_2 = t$$

$$V_1 = \pi (r_1)^2 h_1 = \pi \left(\frac{d_1}{2} \right)^{2t}$$

$$V_2 = \pi (r_2)^2 h_2 = \pi \left(\frac{d_2}{2} \right)^{2t}$$

Melaksanakan Penyelesaian

$$V_2 : V_1 = \frac{\pi \left(\frac{d_2}{2} \right)^{2t}}{\pi \left(\frac{d_1}{2} \right)^{2t}} \quad V_2 : V_1 = \frac{\pi \left(\frac{d_2}{2} \right)^{2t}}{\pi \left(\frac{d_1}{2} \right)^{2t}}$$

$$V_2 : V_1 = \frac{\frac{d_2^2}{4}}{\frac{d_1^2}{4}} = \frac{d_2^2}{d_1^2} = \frac{30^2}{25^2} = \frac{30 \times 30}{25 \times 25} = \frac{6 \times 5 \times 6 \times 5}{5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{36}{25}$$

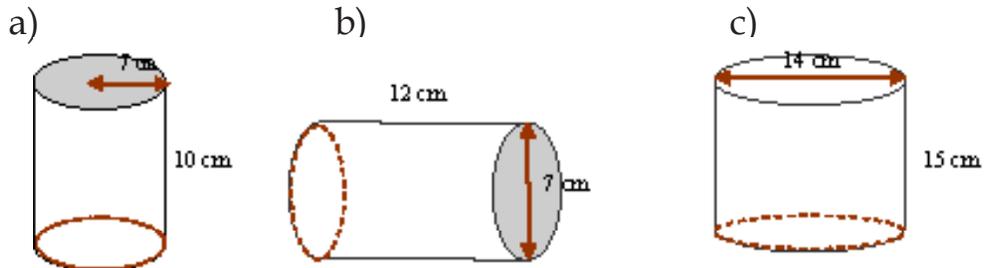
Memeriksa Kembali

Periksa kembali dengan Kalkulator untuk menghitung nilai dari V_1 dan V_2 . Jika hasilnya sama, kembalikan pada masalah yang dicari.

Jadi perbandingan volume kue yang atas dengan yang bawah adalah 36 : 25.

Latihan 2.1

1. Tentukan luas sisi dan volume tabung berikut.

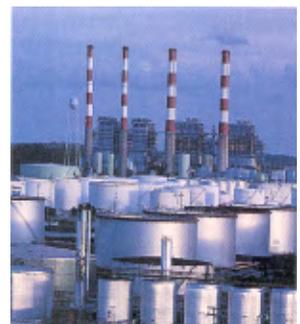


2. Gambar di samping adalah mesin perata aspal jalan. Mesin ini bagian depannya terdiri dari silinder atau tabung besi yang beratnya dapat mencapai berton-ton. Diameter tabung itu 6 kaki (kaki = feet disingkat ft) dan panjangnya 8 kaki. Berapakah luas permukaan tabung itu? Berapakah volume tabung itu?



Sumber: Middle Grades Math Tools For Success

3. Seseorang ingin membuat tabung dengan volume tabung 600 cm^3 . Bila jari-jari sisi alas tabung itu 5 cm, berapakah tinggi tabung tersebut?
4. Bila volume tabung $135 \pi \text{ cm}^3$ dan tingginya 15 cm, berapakah panjang jari-jari tabung itu?
5. Sebuah tangki minyak yang tingginya 32 m dan diameter sisi alasnya 84 m akan dicat bagian luarnya. Berapakah luas tangki minyak yang akan dicat? Jika satu galon cat dapat digunakan untuk mengecat seluas 325 m^2 , berapa galon cat yang dibutuhkan?



Sumber: Middle Grades Math Tools For Success

6. Sebuah tempat penampungan air berbentuk tabung akan diperluas sehingga jari-jari alasnya 2 kali dari semula. Berapa kali perbesaran volume penampungan air dari volume semula?
7. Sebuah kolam renang dibuat model tabung dan alasnya berbentuk lingkaran dengan keliling 77 meter. Tentukan perbandingan banyaknya air yang digunakan untuk mengisi kolam renang dengan kedalaman 1,2 meter dengan kedalaman 1,8 meter.
8. **Berpikir Kritis.** *Jika tinggi tabung diduakalikan, apakah luas permukaan menjadi dua kali sebelumnya? Jelaskan.*
9. **Penalaran.** Ari menggambar jaring-jaring sebuah tabung di atas kertas. Ukuran kertas gambarnya 20 cm × 15 cm. Tabung yang digambar berjari-jari 2 cm dan tingginya 10 cm. Apakah kertas gambar itu cukup untuk membuat tabung yang diinginkan? Jelaskan.
10. **Pemecahan Masalah.** Pot plastik berbentuk tabung (polibag) sering digunakan untuk menanam benih tanaman. Jika sebanyak 15 benih akan ditanam masing-masing dalam polibag berdiameter 25 cm dan tinggi 85 cm, berapa sentimeter persegi bahan plastik yang digunakan untuk membuat seluruh polibag itu?

Apa yang akan kamu pelajari?

- Menyatakan luas sisi kerucut.
- Menghitung luas sisi kerucut.
- Menyatakan volume kerucut.
- Menghitung volume prisma..

Kata Kunci:

- Kerucut
- Luas sisi Kerucut
- Volume Kerucut
- Tinggi Kerucut



Luas Sisi Kerucut

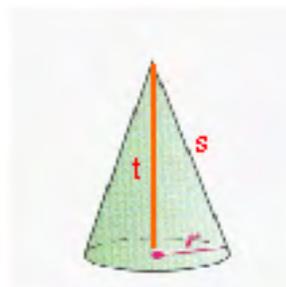
Pernahkah kamu perhatikan topi petani seperti gambar di bawah ini.



Gambar 2.7

Topi petani itu berbentuk *kerucut*.

Dalam matematika, kerucut tersebut digambarkan seperti Gambar 2.8 di bawah ini.

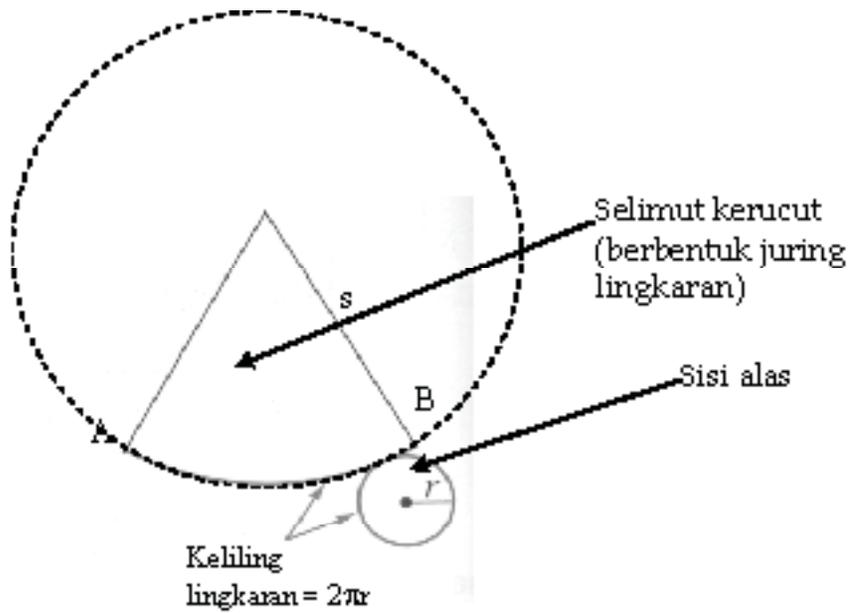


Gambar 2.8

Sisi alas kerucut berbentuk lingkaran dan sisi tegak berupa bidang lengkung yang disebut *selimut kerucut*. Jadi suatu kerucut dibatasi oleh dua sisi, yaitu sisi alas dan selimut kerucut.

Pada Gambar 2.8, t merupakan tinggi kerucut, r adalah jari-jari alas kerucut dan s disebut garis pelukis.

Bila kerucut dipotong menurut garis pelukis s dan sepanjang alasnya, maka didapat jaring-jaring kerucut. Jaring-jaring kerucut tersebut terdiri dari juring lingkaran yang berjari-jari s dan lingkaran berjari-jari r , seperti yang tampak pada Gambar 2.9.



Gambar 2.9

$$\frac{\text{Luas selimut kerucut}}{\text{Luas lingkaran besar}} = \frac{\text{Panjang busur kecil AB}}{\text{Keliling lingkaran besar}}$$

$$\frac{L_{\text{selimut kerucut}}}{\pi s^2} = \frac{2\pi r}{2\pi s}$$

$$L_{\text{selimut kerucut}} = \frac{\pi s^2 r}{s}$$

$$L_{\text{selimut kerucut}} = \pi sr = \pi rs$$

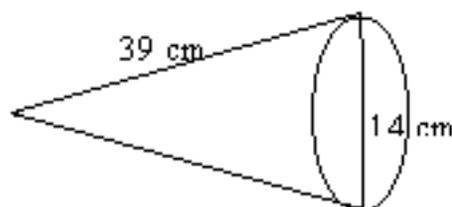
Luas sisi kerucut (L) sama dengan jumlah luas selimut ditambah dengan luas alas.

Jadi luas sisi kerucutnya adalah

Luas Sisi Kerucut	$L = \pi rs + \pi r^2,$ dengan r : jari-jari kerucut s : panjang garis pelukis
--------------------------	--

Contoh 1

Carilah luas sisi kerucut di bawah ini.



Jawab:

$$\begin{aligned} L &= \pi r s + \pi r^2 && \longleftarrow \text{Rumus luas sisi kerucut} \\ &= \pi (7) \cdot (39) + \pi (7)^2 && \longleftarrow \text{Gantilah } r \text{ dan } s \text{ dengan} \\ & && \text{nilai-nilai yang sesuai.} \\ &= 273 \pi + 49\pi && \longleftarrow \text{Kalikan} \\ &= 322\pi && \longleftarrow \text{Jumlahkan} \\ &= 322 \times 3,14 = 1011,08 && \longleftarrow \text{Kalikan dengan } \pi = 3,14 \end{aligned}$$

Jadi luas kerucut itu $322 \pi \text{ cm}^2$ atau sekitar $1.011,1 \text{ cm}^2$.

B

Volume Kerucut

Bagaimana mencari *volume kerucut*?

Perhatikan kerucut di bawah ini.



Gambar 2.10

Bila pada Gambar 2.10 (a) banyak sisi alas limas diperbanyak, maka bentuk limas akan mendekati bentuk kerucut, seperti Gambar 2.10 (b).

Rumus volume limas adalah $V = \frac{1}{3} At$. Karena alas kerucut berbentuk lingkaran berjari-jari r maka $A = \pi r^2$, sehingga rumus volume kerucut adalah :

**Volume
Kerucut**

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 t,$$

dengan r : jari-jari kerucut dan
 t : tinggi kerucut



Lab - Mini

Bekerja berpasangan / Kelompok

- Alat: - Tiga (3) kerucut dari plastik yang kongruen
- Sebuah tabung yang tingginya sama dengan tinggi kerucut dan alasnya sama dengan alas kerucut
- Pasir.

* Isilah ketiga kerucut itu dengan pasir sampai penuh. Tuangkan pasir dalam ketiga kerucut ke dalam tabung. Apa yang terjadi? Apa yang dapat kamu simpulkan?



Contoh 2

Diketahui jari-jari alas sebuah kerucut 3,5 cm dan tingginya 15 cm. Bila $\pi = \frac{2}{7}$, hitunglah volume kerucut itu!

Jawab :

Jari-jari alas = $r = 3,5$ dan tingginya 15, sehingga

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 t$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{7} \cdot (3,5)^2 \cdot 15$$

$$V = 11 \cdot (3,5) \cdot 5 = 192,5$$

Jadi volume kerucut itu adalah $192,5 \text{ cm}^3$.

Contoh 3

Diketahui volume suatu kerucut 462 cm^3 . Jika tinggi kerucut 9 cm dan $\pi = \frac{2}{7}$, hitunglah panjang jari-jari alas kerucut itu!

Jawab :

Diketahui : Volume kerucut 462 cm^3 , maka $V = 462$.

Tinggi = 9 cm , maka $t = 9$.

Ditanya: jari-jari = r

Penyelesaian:

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 t$$



Rumus volume kerucut

$$462 = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times r^2 \times 9$$



Gantikan dengan nilai-nilai yang sesuai.

$$462 = \frac{22}{7} \times r^2 \times 3$$



sederhanakan

$$462 = \frac{66}{7} \times r^2$$



sederhanakan

$$r^2 = 462 : \frac{66}{7}$$



Bagi kedua ruas dengan

$$\text{dengan } \frac{66}{7}$$



Carilah akarnya.

$$r^2 = 49$$



$$r = \pm \sqrt{49} = \pm 7$$



Karena r merupakan jari-jari, maka dipilih $r = 7$.

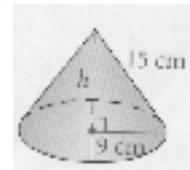
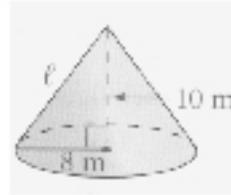
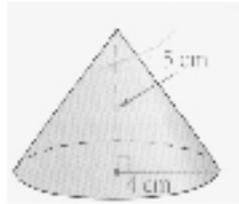
$$r = 7$$

Jadi jari-jari alas kerucut adalah 7 cm .

Cek Pemahaman

Berapakah jari-jari kerucut, jika volumenya 1.508 cm^3 dan tingginya 10 cm ?

1. Carilah volume dan luas sisi kerucut berikut, dengan $\pi = 3,14$.



2. Jari-jari alas suatu kerucut 7 cm dan panjang garis pelukisnya 13 cm. Hitunglah :
- Tinggi kerucut.
 - Volume kerucut.
 - Luas sisi kerucut.

3. Rini akan mengadakan pesta ulang tahun. Ia akan membuat topi ulang tahun yang berbentuk kerucut, seperti gambar di samping. Bila tinggi topi 16 cm dan jari-jarinya 12 cm, berapakah luas kertas yang dibutuhkan untuk membuat satu topi?



4. Volume suatu kerucut 1.256 cm^3 . Jika tinggi kerucut 12 cm dan $\pi = 3,14$, hitunglah panjang jari-jari kerucut itu!
5. Jari-jari alas suatu kerucut 3,5 m. Jika volume kerucut $115,5 \text{ m}^3$, hitunglah tinggi kerucut tersebut, dengan nilai $\pi = \frac{2}{7}$

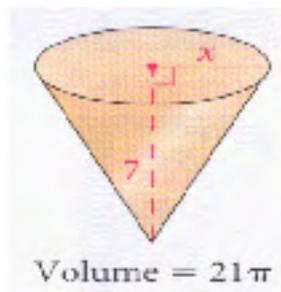
6. **Berpikir Kritis**

Sebuah tempat es krim berbentuk kerucut mempunyai volume $30\pi \text{ cm}^3$.

- Berapakah volume tempat es krim bila jari-jarinya dua kali jari-jari semula?
- Berapakah volume tempat es krim bila tingginya dua kali tinggi semula?
- Berapakah volume tempat es krim bila tinggi dan jari-jarinya dua kali tinggi dan jari-jari semula?



7. Carilah x bila volume kerucut berikut adalah 21π .



8. Guru memberi tugas untuk membuat kerucut dengan tinggi 10 cm. Ali membuat kerucut dengan jari-jari 4 cm. Lia membuat kerucut dengan jari-jari 5 cm. Tentukan perbandingan volume kerucut Ali dengan kerucut Lia

Apa yang akan kamu pelajari?

- Menyatakan luas sisi bola.
- Menghitung luas sisi bola.
- Menyatakan volume bola.
- Menghitung volume bola.

Kata Kunci:

- Bola
- Luas sisi bola.
- Volume bola.

A

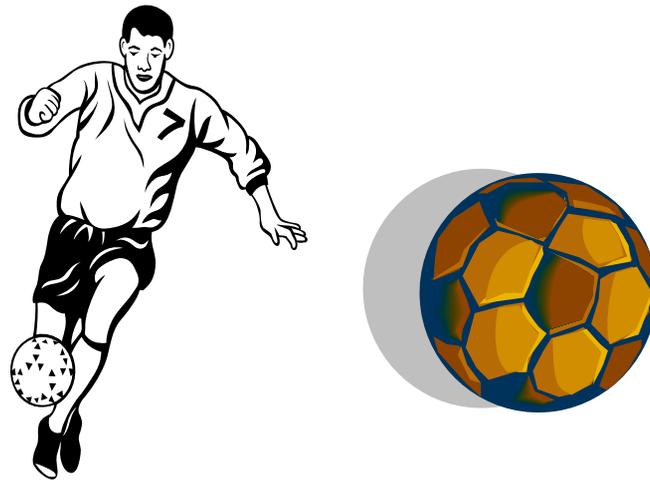
Luas Sisi Bola

Pernahkah kamu bermain sepak bola?

Perlengkapan apa yang digunakan untuk bermain sepak bola itu? Bola. Ya benar !

Bola berbentuk bulatan. Dapatkah kamu menyebutkan benda-benda di sekelilingmu yang berbentuk *bola* ?

Banyak buah-buahan yang berbentuk seperti bola, misalnya jeruk, semangka, melon dan lain-lainnya. Bila kamu perhatikan bola sepak, atau bola basket, dapatkah kamu menentukan titik sudut dan rusuknya?



Gambar 2.11

Bola tidak mempunyai titik sudut dan rusuk. Bola hanya memiliki satu bidang sisi yang lengkung.

Bagaimana menghitung luas sisi bola? Lakukan kegiatan berikut.



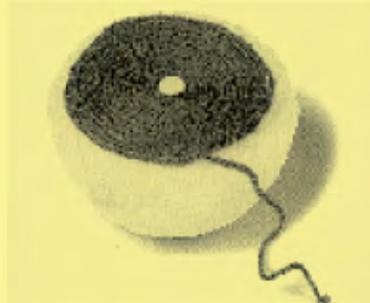
Lab - Mini

Kerjakan secara berkelompok.

Alat dan bahan : Irisan setengah bola plastik, paku dan tali secukupnya.

Caranya :

Buatlah irisan setengah bola dan tancapkan paku pada pusat permukaan lingkaran seperti gambar di bawah ini.



(a)



(b)

Lilitkan tali pada permukaan lingkaran pada gambar (a) hingga menutup sebuah permukaan. Ukurlah panjang tali itu, misalkan panjangnya x . Berikutnya lilitkan tali pada permukaan setengah bola hingga menutup seluruh permukaannya, seperti pada gambar (b).

Ukurlah panjang tali yang diperlukan, misalkan panjangnya y .

Bandingkan panjang tali y dan x . Benarkah perbandingan $y : x = 2 : 1$?

Ataukah perbandingan y dan x mendekati $2:1$? Bila perbandingannya hanya mendekati $2:1$ maka bulatkan pada bilangan bulat terdekat, sehingga $y : x = 2:1$.

Bila dinyatakan dalam persamaan, maka $y = 2x$. Untuk menutupi semua permukaan bola, maka diperlukan tali $2y$, sehingga luas sisi bola (L) dirumuskan

$L = 2y = 2 \cdot 2x = 4x$, karena x sama dengan luas lingkaran, maka $x = \pi r^2$.

Sehingga luas sisi bola (L) adalah

$$L = 4 \pi r^2$$

**Luas
Sisi Bola**

$L = 4\pi r^2$,
dengan r : jari jari bola

Contoh 1

1. Sebuah benda padat berbentuk bola dengan diameter 4,2 cm.

Hitunglah luas permukaan benda itu? ($\pi = \frac{2}{7}$).

Jawab:

Diameter 4,2 cm, maka $r = \frac{4,2}{2} = 2,1$.

$$L = 4 \pi r^2$$

$$= 4 \cdot \frac{2}{7} \cdot (2,1)^2$$

$$= 27,72$$

Jadi luas permukaan benda adalah 27,72 cm²

2. Berapakah jari-jari bola, bila luas sisi bola $78\frac{4}{7}$ cm² dan $\pi = \frac{2}{7}$.

Jawab:

$$L = 4\pi r^2 \quad \text{———— Rumus luas sisi bola}$$

$$78\frac{4}{7} = 4 \times \frac{2}{7} \times r^2 \quad \text{———— Gantikan dengan nilai-nilai yang sesuai}$$

$$\frac{550}{7} = \frac{88}{7} \times r^2 \quad \text{———— Ingat } 78\frac{4}{7} = \frac{(78 \times 7) + 4}{7} = \frac{550}{7}$$

$$r^2 = \frac{550}{7} : \frac{88}{7} \quad \text{———— Bagi kedua ruas dengan } \frac{88}{7}$$

$$r^2 = \frac{550}{7} \times \frac{7}{88} \quad \text{———— Bentuk menjadi perkalian}$$

$$r^2 = \frac{25}{4}$$

$$r = \pm \sqrt{\frac{25}{4}} = \pm \frac{5}{2} \quad \text{———— Carilah akarnya}$$

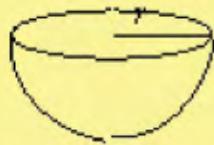
Jadi, jari-jarinya adalah $\frac{5}{2}$ cm

Bagaimana menghitung *volume bola*?

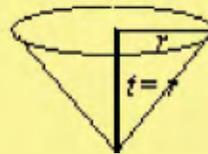


Lab - Mini

Perhatikan gambar (1) yang menunjukkan setengah bola yang jari-jarinya r dan gambar (2) yang menunjukkan sebuah kerucut dengan panjang jari-jari r dan tingginya r . Bila kerucut ini diisi dengan air penuh, kemudian dituangkan dalam setengah bola, maka setengah bola dapat menampung tepat dua kali volume kerucut. Coba lakukan!



Gambar (1).



Gambar (2).

$$\begin{aligned}
 \text{Volume setengah bola} &= 2 \times \text{volume kerucut} \\
 \text{Volume bola} &= 2 \times \text{volume setengah bola} \\
 &= 2 \times 2 \times \text{volume kerucut} \\
 &= 4 \times \frac{1}{3} \pi r^2 t \\
 &= \frac{4}{3} \pi r^2 \cdot r, \text{ karena } t = r. \\
 &= \frac{4}{3} \pi r^3
 \end{aligned}$$

Jadi rumus volume bola (V) adalah

**Volume
Bola**

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3,$$

dengan r : jari-jari bola

Contoh 2

1. Hitunglah volume bola yang panjang jari-jarinya 10 cm dan $\pi = 3,14$.

Jawab:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \times 3,14 \times 10^3 = \times 3,14 \times 1000$$

$$= \frac{4}{3} \times 3140 = 4.186,67 \text{ (dibulatkan sampai 2 desimal)}$$

Jadi volum bola adalah 4.186,67 cm³.

2. Hitunglah panjang jari-jari bola bila volumenya $1.437\frac{1}{3}$ cm³ dan gunakan $\pi = \frac{22}{7}$

Jawab:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$1.437\frac{1}{3} = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times r^3$$

$$1.437\frac{1}{3} = \frac{88}{21} \times r^3$$

$$\begin{aligned} r^3 &= 1.437\frac{1}{3} \times \frac{88}{21} \\ &= \frac{4.321}{3^1} \times \frac{88}{21} = \frac{4.321}{1} \times \frac{7}{88} \\ &= 49 \times 7 = 343 \end{aligned}$$

$$r^3 = 7^3$$

$$r = 7$$

Jadi panjang jari – jari bola adalah 7cm

1. Carilah volume dan luas bola dibawah ini dengan $\pi = 3,14$.
- a. Bola basket b. Bola tenis c. Bola golf



Diameter = 24 cm Diameter = 4 cm Diameter = 68 mm

2. Carilah volume dan luas bola dibawah ini dalam π .

Contoh

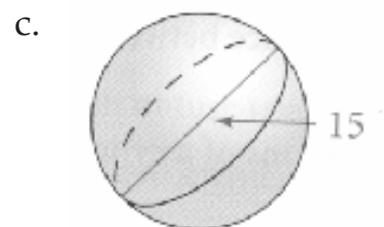
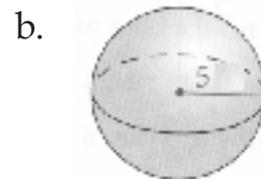
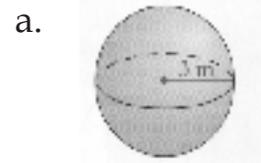
Bola jari-jarinya 3 cm, carilah volume dan luas sisinya!

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}
 V &= \frac{4}{3} \pi r^3 \\
 &= \frac{4}{3} \pi \times 3^3 = \frac{4}{3} \pi \times 3 \times 3 \times 3 \\
 &= 36 \pi
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L &= 4 \pi r^2 \\
 &= 4 \pi \times 3 \times 3 = 36 \pi
 \end{aligned}$$

Jadi volumenya $36\pi \text{ cm}^3$ dan luas sisinya adalah $36\pi \text{ cm}^2$



3. Hitunglah jari-jari bola bila diketahui volume bola $288\pi \text{ cm}^3$.
4. Hitunglah jari-jari bola bila diketahui luas sisi bola 616 m^2 dengan $\pi = \frac{2}{7}$.



5. **Pemecahan Masalah.** Bumi hampir menyerupai bola dengan jari-jari 6.400 km. Jika 70% permukaan bumi merupakan lautan, hitunglah luas lautan sampai km^2 terdekat.

6. Sebuah balon yang bentuknya mendekati bentuk bola dengan jari-jari 3 cm. Kemudian balon tersebut ditiup hingga jari-jarinya 7 cm. Tentukan perubahan volume balon sebelum dan setelah ditiup.

Refleksi

Setelah kalian mempelajari bab ini, renungkan dan pikirkan pertanyaan-pertanyaan berikut.

1. Jelaskan cara mencari luas tabung, jika diketahui jari-jari tabung dan tingginya.
2. cara mencari volume tabung, jika diketahui jari-jari tabung dan tingginya.
3. Jelaskan cara mencari luas kerucut, jika diketahui jari-jari kerucut dan tingginya.
4. Jelaskan cara mencari volume kerucut, jika diketahui jari-jari kerucut dan tingginya.
5. Jelaskan cara mencari luas bola dan volume bola, jika diketahui jari-jarinya.
6. Adakah materi yang masih sulit untukmu? Beranikan untuk bertanya pada guru atau temanmu.

Rangkuman

1. Rumus untuk mencari luas tabung (L) adalah $L = 2p r t + 2 p r^2$, dengan $r =$ jari-jari dan $t =$ tinggi tabung.
2. Rumus untuk mencari volume tabung (V) adalah $V = \pi r^2 t$.
3. Rumus untuk mencari luas kerucut adalah $L = \pi r s + \pi r^2$, dengan $r =$ jari-jari dan $s =$ panjang garis pelukis.
4. Rumus untuk mencari volume kerucut adalah $V = \frac{1}{3} \pi r^2 t$.
5. Rumus untuk mencari luas bola adalah $L = 4 \pi r^2$.
6. Rumus untuk mencari volume bola adalah $V = \frac{4}{3} \pi r^3$.

Evaluasi Mandiri

Pilihlah jawaban yang paling benar dengan memberi tanda silang (X) pada pilihan yang diberikan.

1. Sebuah tabung dengan diameter 35 cm dan tingginya 28 cm. Luas tabung itu adalah ...
 - A. 1.001 cm^2
 - B. 2.002 cm^2
 - C. 5.005 cm^2
 - D. 6.006 cm^2
2. Volume sebuah tabung 785 liter dan jari-jari alasnya 50 cm. Luas sisi tabung tanpa tutup adalah....
 - A. 31.400 cm^2
 - B. 32.950 cm^2
 - C. 39.250 cm^2
 - D. 23.950 cm^2

3. Diketahui jari-jari alas suatu kerucut 12 cm dan tinggi kerucut 5 cm. Jika $\pi = 3,14$. Luas kerucut tersebut adalah....
 - A. 282,6 cm²
 - B. 468 cm²
 - C. 648 cm²
 - D. 942 cm²

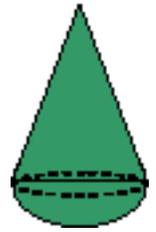
4. Arham membuat model bola dengan diameter 14 cm. Luas permukaan model bola tersebut adalah ...
 - A. 610 cm²
 - B. 160 cm²
 - C. 616 cm²
 - D. 660 cm²

5. Jari-jari dua bola adalah r_1 dan r_2 dan volume V_1 dan V_2 . Jika $r_2 = 3 r_1$, maka $V_1 : V_2 = \dots$
 - A. 1:27
 - B. 1:6
 - C. 1:9
 - D. 1:3

Jawablah soal berikut dengan benar.

6. Suatu tangki berbentuk tabung dengan panjang 6 m dan diameter 2 m. Berapakah volume tangki air itu?
7. Sebuah segitiga siku-siku diputar pada salah satu sisi siku-sikunya sehingga membentuk jaring-jaring selimut kerucut. Jika panjang sisi siku-siku segitiga 15 cm dan 4 cm, hitunglah luas selimut kerucut itu?
8. Sebuah lilin berbentuk tabung. Jari-jari alasnya 4 cm dan tingginya 20 cm ($\pi = 3,14$).
 - a. Berapa volume lilin itu?
 - b. Bila lilin dinyalakan dan setiap jam sebanyak 31,4 cm³ habis terbakar. Berapa lama lilin itu akan habis terbakar?
9. Diketahui dua buah tabung volumenya sama. Jika perbandingan jari-jarinya adalah 2:1, hitunglah perbandingan tingginya.

10. Sebuah bandul logam berbentuk gabungan kerucut dan setengah bola seperti gambar di samping. Jika jari-jari bola 7 cm dan tinggi kerucut 24 cm, berapakah luas permukaan bandul itu? ($\pi = \frac{22}{7}$)

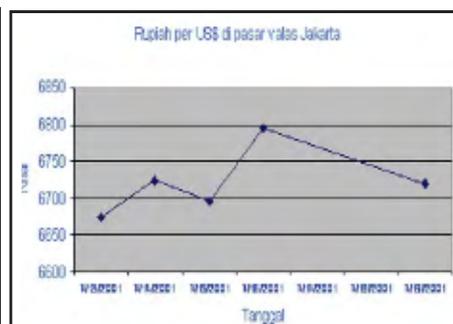
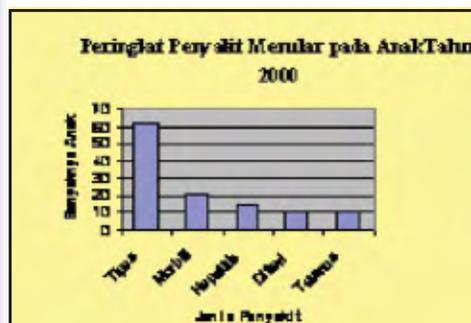


Bab 3

Statitiska

Standar Kompetensi

Melakukan pengolahan dan penyajian data



Kompetensi Dasar

1. Menentukan rata-rata, median, dan modus data tunggal serta penafsirannya
2. Menyajikan data dalam bentuk tabel dan diagram batang, garis, dan lingkaran

Apa yang akan kamu pelajari?

- Membedakan populasi dan sampel.
- Menentukan sampel dari data yang diketahui.
- Menentukan populasi dari suatu data yang diketahui.

Kata Kunci:

- Populasi
- Sampel

A *Pengertian Populasi dan Sampel*

Sekarang kita akan memulai materi mengenai Statistika, dimulai dengan memahami pengertian populasi dan sampel. Untuk mengetahui pengertian populasi dan sampel perhatikan contoh berikut ini.



Sumber: Dokumen penulis

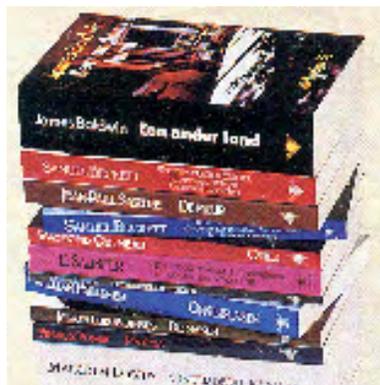
Pak Azis pedagang buah rambutan di pasar. Bu Tini ingin membeli rambutan pak Azis. Sebelum memutuskan untuk membeli, bu Tini mencicipi dahulu rambutan tersebut. Setelah mendapat izin penjualnya bu Tini mengambil beberapa rambutan dari beberapa tempat berbeda di dalam keranjang buah, yaitu beberapa rambutan yang terletak di bagian dasar keranjang, beberapa rambutan yang terletak di bagian tengah keranjang dan beberapa rambutan yang terletak di bagian atas keranjang. Setelah mencicipi ternyata semua rambutan tersebut manis rasanya. Oleh karena itu bu Tini membeli 5 kg rambutan dari pak Azis.

Beberapa rambutan yang diambil bu Tini dari keranjang itu disebut **sampel** dari rambutan pak Azis, sedangkan seluruh rambutan dalam keranjang pak Azis disebut **populasi**. Rambutan-rambutan yang diambil merupakan **data** atau informasi.

Populasi dan Sampel

Sekelompok objek (bilangan, benda, orang, binatang dan lain-lain) yang dibicarakan disebut populasi. Sampel adalah sebagian dari populasi

Contoh 1



Sumber: Middle Grades Tools For Success

Pameran Buku Dalam sebuah pameran buku, Ammar ingin mengetahui jenis buku yang disukai oleh pengunjung, apakah buku novel, biografi, fiksi ilmiah, atau yang lainnya. Oleh karena itu Ammar memilih pengunjung secara acak di beberapa lokasi berbeda di dalam gedung itu kemudian mewawancarai mereka.

Tentukan populasi dan sampelnya! Jelaskan jawabanmu!

Jawab:

Populasinya adalah semua pengunjung pameran buku. Sampelnya adalah pengunjung pameran yang diwawancarai.
Data : jenis buku yang disukai pengunjung.

Dalam mengambil data untuk suatu sampel dari populasi tidak boleh dilakukan sembarangan, tetapi dengan aturan tertentu. Sampel itu harus dapat mewakili populasi. Supaya mewakili populasi maka proses pemilihannya harus **acak**. Acak di sini mempunyai makna dipilih dengan aturan tertentu sehingga setiap anggota populasi mempunyai kesempatan yang sama untuk terpilih menjadi anggota sampel.

Berikut akan diberikan beberapa contoh pengambilan sampel dalam populasinya.

Contoh 2

Sekolah. Reihan ingin mengetahui pendapat teman-teman sekolahnya mengenai suka dukanya naik kendaraan umum ke sekolah.

Berikut ini dikemukakan beberapa contoh pengambilan sampel dari populasinya. Apakah pengambilan sampelnya sudah mengikuti aturan pengambilan sampel yang benar?

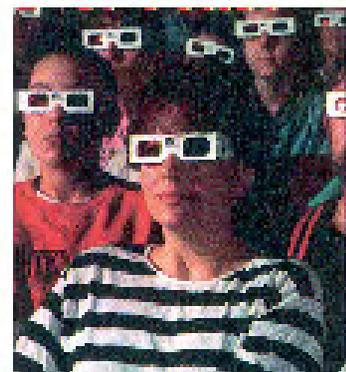
Jawab:

- a. Reihan mewawancarai 50 siswa yang masuk gedung sekolah. Pada pengambilan sampel kasus ini termasuk di dalamnya siswa yang jalan kaki ke sekolah. Ini termasuk pengambilan sampel yang tidak baik, sebab sampel tidak diambil dari populasinya.
- b. Reihan mewawancarai semua teman sekelasnya yang berkendara ke sekolah. Memilih teman sekelas yang berkendara ke sekolah tidak mewakili, sebab tidak terwakili oleh siswa-siswa kelas yang lainnya. Pengambilan sampel seperti itu tidak baik sebab tidak dilakukan secara acak.
- c. Reihan memilih empat kelas dengan cara mengundinya dari 12 kelas yang ada. Mewawancarai masing-masing 6 orang siswa yang berkendara ke sekolah yang terdiri dari siswa putra dan putri untuk tiap-tiap kelas. Ini merupakan pengambilan **sampel yang baik**, sebab sampel dipilih secara acak dari populasinya.

Berikan pendapatmu sendiri tentang uraian di atas!

Cek Pemahaman

Andaikan kamu ingin mengetahui seberapa sering muda-mudi di kota Manado pergi ke bioskop. Untuk itu kamu memilih beberapa muda-mudi secara acak dari beberapa tempat di Manado, kemudian mewawancarai mereka. Tentukan manakah populasi dan sampelnya! Jelaskan jawabanmu!



1. Sebuah pabrik roti membuat beberapa jenis roti yaitu roti kacang hijau, roti cokelat, roti susu dan roti nenas. Salah seorang pegawai pabrik roti tersebut mengambil masing-masing tiga buah roti kacang hijau, tiga buah roti cokelat, tiga buah roti susu dan tiga buah roti nenas. Roti yang telah diambil diperlihatkan kepada para pembeli roti di ruang bagian pemasaran dari pabrik tersebut. Tentukan populasi dan sampelnya.



Sumber : www.myresipi.com

2. Dani bersekolah di SMPN Ambon. Di SMPN Ambon ada 12 kelas yang masing-masing terbagi atas empat kelas siswa kelas VII, empat kelas siswa kelas VIII, dan empat kelas siswa kelas IX. Dani berniat melakukan survei untuk mengetahui jenis musik apa yang disukai siswa di sekolahnya. Kemudian Dani memilih secara acak beberapa siswa kelas VII, beberapa siswa kelas VIII, dan beberapa siswa kelas IX, kemudian mewawancarai mereka. Tentukan populasi dan sampelnya! Coba berikan pendapatmu bagaimana proses pemilihan acak itu dilakukan!



Sumber : Dit. PSMP

3. Andi akan mengadakan penelitian tentang tinggi badan siswa putra SMP kelas IX se Kotamadya Medan. Bagaimana menentukan sampelnya! Jelaskan!



4. Pak Nana mempunyai kolam ikan yang di dalamnya terdapat 50 ekor ikan Mas dan 100 ekor ikan Mujair. Amir putra pak Nana mengambil 1 ekor ikan Mas dan 1 ekor ikan Mujair kemudian ditunjukkan pada temannya. Tentukan populasi dan sampelnya.



Sumber : www.flickr.com

5. Pak Ahmad mempunyai kebun bunga. Di dalam kebun bunga pak Ahmad terdapat bunga mawar, bunga melati, dan bunga matahari. Pak Ahmad memetik dua bunga mawar, dua bunga melati, dan dua bunga matahari. Selanjutnya bunga yang telah dipetik itu ditunjukkan kepada para pembeli bunga.

Tentukan populasi dan sampelnya!

6. Pak Toni ingin mengetahui tinggi rata-rata siswa SMP kelas IX di kota Samarinda. Karena keterbatasan biaya dan waktu pak Toni tidak mengukur semua siswa SMP kelas IX yang ada di kota Samarinda, tetapi dia cukup mengukur beberapa siswa SMP saja yang dapat mewakili seluruh SMP kelas IX di kota Samarinda.

Tentukan populasi dan sampelnya.

7. Seorang penyuluh pertanian ingin mengetahui kadar air pada gabah dalam satu karung. Oleh karena itu dia mengambil tiga cangkir gabah dari tempat berbeda dalam karung kemudian memeriksa kadar airnya. Tentukan populasi dan sampelnya.



Sumber : www.mediaindonesia.com

8. Pak Agus menjual sekarung duku di pasar. Tono ingin membeli duku pak Agus, tetapi sebelumnya ia ingin mencoba dahulu dukunya.

Tentukan cara Pak Tono menarik sampel atau contoh agar dia dapat memastikan rasa duku yang akan dibelinya mewakili populasinya.

9. Seorang petugas DLLAJR (Dinas Lalulintas Angkutan Jalan Raya) di suatu jalan raya mencatat bahwa setiap jamnya terdapat 90 mobil angkutan kota dan 15 bis yang lewat.

Tentukan populasinya!

Apa yang akan kamu pelajari?

- Menyajikan data sederhana/tunggal
- Membuat tabel frekuensi
- Menyajikan data yang dikelompokkan.

Kata Kunci:

- Tabel Frekuensi
- Rentang

A Penyajian Data

Kerja Kelompok

Apa warna kesukaanmu? Andaikan kamu ingin mengetahui warna yang paling banyak digemari teman-teman sekelasmu. Coba tanyakan pada setiap siswa di dalam kelasmu dengan mengikuti langkah-langkah sebagai berikut.

1. Gunakan daftar warna
2. Catat warna kesukaan setiap siswa dalam suatu tabel
3. Warna apa yang paling banyak disukai oleh siswa?

Contoh data warna yang disukai siswa tersebut disajikan dalam Tabel 1 berikut.

Tabel 1

(Lanjutan)

No	Nama siswa	Warna Kesukaan	No	Nama siswa	Warna Kesukaan
1	A	Biru	16	P	Biru
2	B	Ungu	17	Q	Ungu
3	C	Merah	18	R	Hijau
4	D	Biru	19	S	Biru
5	E	Oranye	20	T	Kuning
6	F	Hijau	21	U	Ungu
7	G	Biru	22	V	Biru
8	H	Kuning	23	W	Ungu
9	I	Oranye	24	X	Merah
10	J	Ungu	25	Y	Biru
11	K	Ungu	26	Z	Hijau
12	L	Merah	27	AA	Biru
13	M	Biru	28	AB	Kuning
14	N	Kuning	29	AC	Hijau
15	O	Hijau	30	AD	Ungu

Kerjakanlah

1. Buatlah daftar pilihan warna
2. Buatlah turus yang menyatakan banyaknya siswa yang memilih warna kesukaannya.
3. Hitung banyaknya turus dan catatlah frekuensinya

Tabel 2

Warna Kesukaan	Turus	Frekuensi
Biru		9
Ungu
Merah
Oranye
Kuning
Hijau

Catatan : frekuensi menunjukkan banyaknya orang yang memilih warna tertentu.

4. Berapa siswa yang menyukai warna merah?
5. Warna apa saja yang disukai oleh 5 siswa atau lebih?
6. Warna apa yang paling disukai siswa?

Kerja Kelompok

Misalkan kamu ingin mengetahui berapa jamkah waktu tidur dari teman-temanmu setiap malam.

Untuk itu kerjakanlah langkah-langkah berikut ini.

1. Tanyakan pada seluruh teman sekelasmu, berapa jam mereka tidur setiap malamnya.
2. Catatlah dalam suatu tabel yang sebelumnya sudah dipersiapkan.
3. Berapa siswa yang banyaknya jam tidur setiap malam 9 jam?
4. Berapa siswa yang banyak jam tidurnya setiap malam lebih dari 8 jam?

Tabel 2 tersebut merupakan contoh cara **penyajian data tunggal** dan biasa disebut dengan **tabel frekuensi**

1. Banyaknya adik kandung teman-teman sekelas Tini adalah sebagai berikut

1 3 2 2 1 4 1 2 2 0
 1 3 1 0 3 3 2 2 3 1

Buatlah suatu tabel frekuensi untuk data di atas.

2. Salah satu kegiatan di luar sekolah yang diikuti Surya adalah klub sepak bola. Umur teman-teman Surya (dalam satuan tahun) yang merupakan anggota klub sepak bola adalah sebagai berikut:



Sumber: www.bper

19 16 10 14 15 19 13 14
 15 16 21 14 12 14 16 13 13 .

- Buat suatu tabel frekuensinya
- Berapakah banyaknya anggota yang berumur lebih dari 14 tahun tetapi kurang dari 19 tahun? Jelaskan jawabanmu!
- Umur berapa yang paling banyak menjadi anggota klub sepak bola tersebut?

3. Nelly bekerja di sebuah toko buku. Dia membuat tabel frekuensi yang memperlihatkan banyaknya buku yang dibeli oleh masing-masing pembeli di suatu pagi yang dilayani Nelly. Dapatkah kamu menentukan banyaknya pembeli buku yang datang yang dilayani oleh Nelly?

Banyaknya Buku yang Dibeli	frekuensi
1	4
2	5
3	3
4	1
5	1
6	2

4. Buatlah tabel frekuensi untuk masing-masing data berikut
- Banyaknya tiket yang terjual setiap harinya di agen perjalanan bis malam antar kota
 45 48 35 53 50 46 46 50
 51 48 46 45 50 49 46
 - Umur siswa SMP (dalam tahun)
 13 12 14 12 11 12 13 14
 13 13 14 11 12 12 13 11 11

5. Pak Dani membuat tabel frekuensi yang memperlihatkan skor perolehan tes matematika seperti tabel di sebelah kanan berikut.

Skor Tes Matematika	Frek
75	6
80	5
85	5
90	6
95	3
100	4

- a. Berapa perbedaan banyaknya siswa yang memperoleh skor 75 dengan 95?
- b. Berapa siswa yang mendapat skor lebih dari 85?
- c. Skor berapa saja yang siswanya sama banyak?

6. Dinah pergi ke suatu toko untuk membekui permen. Sebelum memutuskan untuk membeli, ia membandingkan harga permen untuk beberapa merk. Harga permen perbungkus yang berhasil ia kumpulkan adalah sebagai berikut.

4000 4100 4150 4500 4200 4700 4600 4400 4300
 4800 4900 5450 5100 5200 5400 5350 5450 5550 4250
 5000

- a. Buat tabel frekuensinya
- b. Dinah membeli permen dengan harga lebih dari 2600 rupiah tetapi kurang dari 3200 rupiah per bungkusnya.

Ada berapa merk permen dengan harga tersebut?

B

Penyajian Data dalam Bentuk Diagram Batang

Jika kamu akan membuat diagram batang, langkah pertama adalah membuat dua sumbu mendatar dan tegak, dan memberi nama masing-masing sumbu tersebut. Sumbu pertama memperlihatkan kategori sedangkan sumbu yang lainnya menyatakan frekuensi.

Contoh 1

Peringkat Penyakit Menular pada anak tahun 2000

Jenis Penyakit	Banyaknya anak
Tipes	62
Morbili	21
Hepatitis	14
Difteri	11
Tetanus	11

Sumber: Lab. SDDF Anak RSUD Dr. Soetomo Th. 2000

Buatlah diagram batang untuk data pada tabel di samping kiri.

Satuan tertinggi banyak anak adalah 62 orang. Untuk itu buatlah skala 0 sampai 80, beri nama setiap 10 orang.

Jawab:



Berpikir kritis. Sebutkan peringkat tertinggi penyakit menular pada anak tahun 2000 menurut diagram di atas!

Sebutkan penyakit-penyakit dengan peringkat sama!

Untuk menggambar suatu batang pada diagram, perkirakan tinggi batang pada gambar dengan menggunakan skala atau rasio.

Contoh: nilai 14 adalah $\frac{14}{62}$ dari tinggi batang yang memiliki data 62.

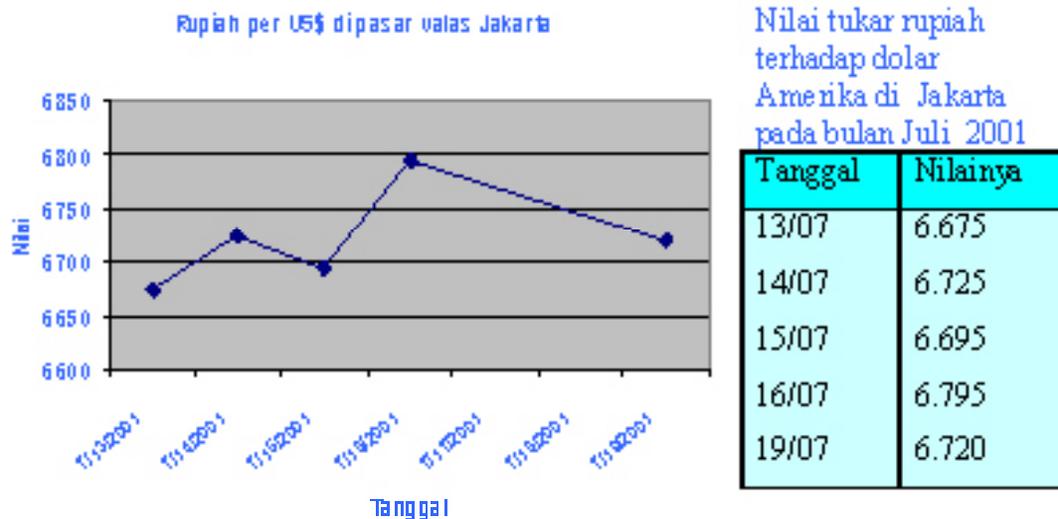
Diagram batang dapat digunakan untuk membandingkan frekuensi.



Penyajian Data dalam Bentuk Diagram Garis

Nilai Tukar Rupiah

- a. Data di bawah digunakan untuk membuat diagram garis mengenai nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika di Jakarta pada bulan Juli tahun 2001.



- b. Pada contoh di atas, bagaimana kamu memperkirakan letak titik untuk tanggal 14 Juli 2001 pada diagram garis? Jelaskan!
Bagaimana kecenderungan dari nilai rupiah terhadap dolar Amerika menurut diagram garis pada contoh di atas?

Diagram garis digunakan untuk menggambarkan keadaan yang kontinu (**serba terus**).



Penyajian Data dalam Bentuk Diagram Lingkaran

Apakah Koes Plus merupakan grup musik lama yang paling disukai daripada grup lainnya? Kamu dapat menjelaskannya dengan diagram lingkaran jika diketahui data mengenai grup musik lama yang disukai.

Contoh 2

Grup musik lama dari Indonesia yang disukai

Grup musik	Persentase
Koes Plus	67%
Dewa 19	7%
Panibers	5%
God Bless	4%
Bimbo	3%
Lairaya	14%

Sumber: Jawa Pos 29-04-2001





Buatlah diagram lingkaran dari data grup musik lama itu.

Jawab:

Cara membuat adalah:

- Buatlah lingkaran
- Bagilah juring-juring lingkaran berdasar persentase data yang ada.
- Arsirlah masing-masing bagian juring dengan warna yang berbeda.

Diskusikan. Grup musik lama Indonesia mana yang disukai oleh lebih dari setengah pencinta grup musik lama Indonesia? Jelaskan jawabanmu.

Diagram Lingkaran menyatakan bagian dari keseluruhan jika data dinyatakan dalam persen dengan jumlah total 100%.

E

Memilih Suatu Diagram yang Tepat

Jika kamu mempunyai sejumlah data, kamu dapat menyajikan data tersebut dengan diagram. Namun perlu diperhatikan jenis diagram mana yang tepat untuk menyajikan data dan apakah diagram tersebut sesuai dengan jenis data sehingga dapat menyampaikan ide yang akan kamu sampaikan?

Diagram batang digunakan untuk membandingkan banyak sesuatu tiap kelompok. Contoh penyajian data yang menggunakan diagram batang adalah banyak siswa tiap kelas, banyak siswa tiap tahun, atau lama kegiatan tiap anggota keluarga.

Diagram garis digunakan untuk menunjukkan suatu data yang berkembang dari waktu ke waktu secara teratur. Contoh data adalah perkembangan berat badan bayi tiap bulan, tinggi badan tiap tahun, atau nilai dollar terhadap rupiah tiap hari.

Diagram lingkaran digunakan untuk membandingkan sesuatu data terhadap keseluruhan data. Contoh data adalah banyak pemilih calon ketua kelas, banyak siswa perempuan dan laki-laki dalam suatu kelas, atau persentase jenis musik kesukaan siswa dalam satu kelas.

Contoh 3

Rubrik di surat kabar yang paling disukai remaja putra disajikan pada tabel di samping.

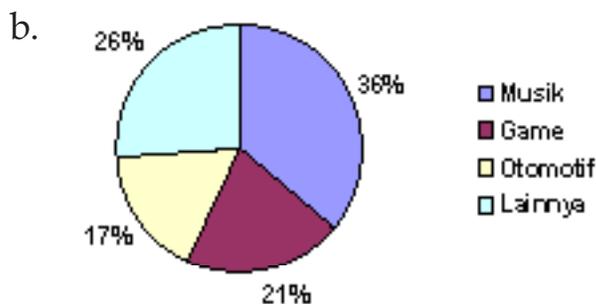
Rubrik Khusus	Persen
Musik	36%
Game	21%
Otomotif	17%
Lain-lain	26%

Sumber: Jawa Pos

- Diagram apakah yang paling sesuai? Jelaskan.
- Buatlah diagram tersebut.
- Tentukan rubrik yang disukai oleh lebih dari seperempat pembaca remaja putra.
- Apakah ada rubrik yang disukai lebih dari separuh pembaca? Jelaskan jawabanmu!

Jawab:

- Diagram lingkaran karena datanya membandingkan satu jenis musik yang dipilih remaja putra dengan keseluruhan pilihan.



- c. Rubrik yang disukai lebih dari seperempat pembaca putra adalah musik (36%) dan lainnya (26%).
- d. Tidak ada rubrik yang disenangi lebih dari separuh pembaca, karena tidak ada yang memilih lebih dari 50%.

Cek Pemahaman

Jenis lagu yang digemari masyarakat seperti pada tabel berikut.

Lagu yang Disukai Masyarakat

Lagu Tahun	Persen
Tahun 90-an	39%
Tahun 80-an	38%
Tahun 70-an	18%
Tahun 60-an	5%

Sumber : Jawa Pos 29-04-2001



Apakah setiap jenis diagram sesuai untuk menyajikan data tersebut, jika sesuai gambarkan diagram tersebut.

- a. Diagram Batang
- b. Diagram Garis
- c. Diagram Lingkaran

Latihan 3.3

1. a. Gunakan data di samping untuk membuat diagram batang mengenai saham unggulan teraktif pada tanggal 21-04-2001.
- b. Tentukan indeks saham yang besarnya lebih dari 1000 poin.
- c. Tentukan perbedaan nilai indeks saham unggulan tertinggi dengan terendah.

Saham Unggulan Teraktif pada tanggal 21-04-2001

Saham	Indeks saham (dlm. Poin)
1 Indo Farma	180
2 KridaPerdara	510
3 Telkom	2225
4 Astra International	1150
5 Bimantara Citra	925

Sumber: Jawa Pos 21-04-2001

2. Ketidakpastian politik yang terjadi dapat memperlemah indeks harga saham di bursa saham. Gunakan data di samping untuk membuat diagram garis mengenai Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) di bursa saham Jakarta pada beberapa hari di bulan April 2001.

Tanggal	Poin
16/04	363,211
17/04	360,037
18/04	356,230
19/04	349,308
20/04	342,858

- Bagaimana kecenderungan dari nilai indeks saham menurut diagram garis yang telah kamu buat?
- Pada tanggal berapa terjadi penurunan indeks harga saham tertinggi?

3. Kasus kecelakaan lalulintas yang ditangani oleh RSUD dr Soetomo disajikan dengan tabel di sebelah kanan berikut. Buatlah diagram batang untuk data tabel di sebelah kanan tersebut.

Tahun	Banyaknya
1998	7531
1999	6482
2000	5817

4. Nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika di Jakarta pada bulan April 2001 yang sempat dipantau disajikan pada tabel di sebelah kanan.

Tanggal	Nilai
16/04	10825
17/04	10865
18/04	10970
19/04	11080
20/04	11925

- Diagram apa yang tepat untuk menyajikan data tersebut? Buatlah diagramnya!
- Bagaimana memperkirakan letak titik untuk nilai rupiah pada tanggal 16 - 04 - 2001?
- Bagaimana kecenderungan nilai tukar rupiah terhadap dolar? Jelaskan.

5. Data di samping menyatakan kriminalitas yang menonjol di Surabaya Timur selama bulan Januari 2001.

Kriminalitas Menonjol	Banyaknya Kasus
Pembunuhan	1
Penganiayaan	6
Pencurian	48
Curanmor	49
Narkotika	5
Kebakaran	3

Sumber: Polresta Surabaya Timur

- Diagram apa yang cocok untuk menyajikan data tersebut? Buatlah diagramnya!
- Sebutkan kriminalitas menonjol yang banyaknya kasus kurang dari 10!
- Sebutkan kasus kriminal yang banyaknya kasus mendekati 50% dari seluruh kasus!

6. Persentase hunian kamar di hotel berbintang di Surabaya tahun 1999 disajikan dengan tabel di samping.

Bulan	Kamar
Januari	31,69
Pebruari	42,42
Maret	40,23
April	40,44
Mei	38,15
Juni	38,45

Sumber: BPS Kota Surabaya

- Diagram apa yang cocok untuk menyajikan data tersebut? Buatlah diagramnya!
- Bagaimana kecenderungan dari persentase hunian kamar di hotel berbintang di Surabaya tahun 1999 menurut diagram garis yang telah kamu buat?
- Apakah terdapat bulan dengan tingkat hunian kamar yang melebihi separuh jumlah kamar? Jelaskan jawabanmu.

7. Konsumsi minyak terkemuka dunia (persentase dari total konsumen) disajikan dengan tabel di samping

Konsumsi Minyak Terkemuka Dunia

Wilayah	Persen
Amerika Utara	32%
Eropa	20%
Asia Pasifik	27%
Timur Tengah	6%
Lain-lain	15%

Sumber: Jawa Pos 10-09-2000

- Buatlah diagram lingkaran dari datanya tersebut.
- Sebutkan wilayah yang konsumsi minyaknya lebih dari $\frac{1}{4}$ total konsumen!
- Apakah ada wilayah yang konsumsi minyaknya lebih dari separuh total konsumen? Jelaskan jawabanmu.

8. Banyaknya penduduk Surabaya yang menikah antara bulan Januari sampai bulan Mei 1999 disajikan dengan tabel di samping. Apakah setiap jenis diagram batang, garis, dan lingkaran dapat dibuat dan sesuai untuk data tersebut, jika sesuai gambarlah diagram tersebut.

Banyaknya Penduduk Surabaya yang menikah antara Januari-Mei 1999

Bulan	Banyaknya
Januari	311
Pebruari	286
Maret	368
April	275
Mei	206

Sumber: Kantor Catatan Sipil Kota Surabaya

Apa yang akan kamu pelajari?

- Pengertian rata-rata, median dan modus
- Menghitung nilai rata-rata, median dan modus.

Kata Kunci:

- Rata-rata
- Median
- Modus

Ukuran pemusatan sering digunakan untuk memberikan informasi singkat dari suatu kumpulan data. Misalkan rata-rata nilai matematika siswa kelas IX atau tinggi siswa yang paling banyak.

Untuk lebih memahami lakukan diskusi kelompok berikut.

Kerja Kelompok

1. Data di bawah menyatakan ukuran sepatu dari sebelas anggota tim sepakbola yang sedang turun lapangan yaitu
43, 42, 39, 41, 41, 40, 38, 40, 40, 39, 40.

2. Ukuran sepatu berapa yang paling sering muncul?



Sumber : www.zonabola.com

3. Urutkan ukuran sepatu dimulai dari yang terkecil hingga yang terbesar. Ukuran berapa yang berada di tengah data yang telah berurutan itu?

4. Jumlahkan ukuran-ukuran sepatu tersebut kemudian bagilah jumlah tersebut dengan 11. Apakah jawabanmu menyatakan suatu ukuran sepatu? Jelaskan !

Rata-rata, Modus, dan Median

Rata-rata, modus dan median merupakan ukuran-ukuran pemusatan. Misalkan diketahui data sebagai berikut: 2, 3, 5, 7, 8, 8, 9.

2, 3, 5, 7, **8, 8, 9**

→

Modus adalah butir data dengan frekuensi paling besar atau yang paling sering muncul

2, 3, 5, **7**, 8, 8, 9

→

Median adalah butir data nilai yang letaknya di tengah-tengah, jika data tersebut diurutkan.

$2 + 3 + 5 + 7 + 8 + 8 + 9 = 42$

$\frac{42}{7} = 6$

→

Rata-rata
= $\frac{\text{Jumlah nilai data}}{\text{Banyak butir data}}$

Contoh 1

Data di samping mengenai banyaknya penduduk Surabaya yang meninggal Tahun 1999.

Carilah (a) rata-rata, (b) median, dan (c) modus dari data di samping mengenai banyaknya penduduk Surabaya yang meninggal Tahun 1999.

Banyaknya Penduduk Surabaya yang meninggal Tahun 1999

Bulan	Banyaknya
Januari	82
Pebruari	163
Maret	131
April	141
Mei	115
Juni	149
Juli	103
Agustus	130
September	144
Oktober	154
November	163
Desember	216

Sumber: Kantor Catatan Sipil Kota Surabaya

Jawab:

- a. Untuk mencari rata-rata, jumlahkan nilai data, kemudian bagilah dengan banyaknya butir data (12) sebagai berikut.

$$\frac{82+163+131+141+115+149+103+130+144+154+163+216}{12} = 140,9167$$

- b. Untuk menentukan median, urutkan data dimulai dari yang terkecil hingga yang terbesar atau dari yang terbesar hingga yang terkecil.

$$82, 103, 115, 130, 131, 141, 144, 149, 154, 163, 163, 216$$

$$\frac{141 + 144}{2} = 142,5$$

Karena banyaknya data genap, jumlahkan dua data yang di tengah kemudian bagilah dengan 2.

Jadi median dari data tersebut adalah 142,5.

- c. Untuk mencari modus, lihat kembali data pada tabel dan temukan bilangan dengan frekuensi paling banyak dibandingkan yang lain yaitu 141 dan 144 (data yang paling sering muncul). Bilangan 163 muncul dua kali, sedangkan bilangan-bilangan yang lainnya muncul hanya satu kali. Jadi modus dari data tersebut adalah 163.

Modus, Median, Rata-rata (Mean)

- **Modus** adalah data yang paling sering muncul atau data dengan frekuensi paling besar.
- **Median** adalah nilai yang terletak di tengah data, jika data diurutkan dari yang paling kecil hingga paling besar atau sebaliknya
- **Rata-rata (mean)**

$$\text{Rata-rata} = \frac{\text{Jumlah nilai data}}{\text{Banyak butir data}}$$

Contoh 2

Carilah rata-rata, median, dan modus dari nilai ujian matematika dari 10 anak adalah sebagai berikut:

100 80 86 80 86 92 86 90 92 92.

Jawab:

Rata-rata nilai ujian matematika

$$= \frac{100 + 80 + 86 + 80 + 86 + 92 + 86 + 90 + 92 + 92}{10} = 88,4$$

Modusnya adalah 86 dan 92, karena 86 dan 92 merupakan nilai matematika yang frekuensinya paling banyak, yaitu ada 3 anak. Nilai yang lain hanya diperoleh oleh satu anak atau dua anak. Hal ini dapat dikatakan bahwa dari nilai 10 anak tersebut, yang paling banyak adalah nilai 86 dan 92.

Untuk mencari median, data harus diurutkan dari yang terkecil ke yang terbesar seperti berikut.

80, 80, 86, 86, 86, 90, 92, 92, 92, 92, 100.

Karena banyak data genap, maka mediannya adalah jumlah 2 data yang di tengah dibagi 2, yaitu $\frac{86 + 90}{2} = 88$.

Cek Pemahaman

Tentukan modus, rata-rata (mean), dan median dari data lama tidur Bimbo selama 9 hari:



10 8 9 8 9 9 10 9 9

Latihan 3.4

- Carilah rata-rata, median, dan modus dari masing-masing data berikut:
 - Nilai ujian Fisika: 6 7 7 8 8 8 10 10.
 - Berat beras (dalam kg): 31 26 30 35 25 24 35 30 30 24.
- Salinlah dan lengkapi daftar di bawah ini dengan menggunakan data pemilikan binatang piaraan oleh siswa-siswa dalam kelas VII di SMP Semarang. Masing-masing siswa kelas itu berturut-turut memiliki binatang piaraan:
1, 0, 1, 3, 0, 2, 3, 1, 0, 6, 1, 7, 2, 1, 1, 2, 3, 0, 1, 2, 6, 2, 0, 3.

Banyaknya	0	1	2	3	4	5	6	7
Banyak Siswa

- Carilah:
 - banyaknya siswa dalam kelas itu.
 - banyaknya binatang piaraan semuanya.
 - modus dari pemilikan binatang piaraan, dan apa artinya?
- Misalkan sebuah dadu dilambungkan 40 kali. Mata dadu setiap kali muncul dicatat dalam daftar frekuensi di bawah ini.

Mata dadu	1	2	3	4	5	6
Frekuensi	5	4	9	8	8	6

- Carilah modus dari mata dadu yang muncul
- Carilah median dari mata dadu yang muncul

- a. Carilah modus dari mata dadu yang muncul
- b. Carilah median dari mata dadu yang muncul

Refleksi

Setelah kalian mempelajari bab ini, renungkan dan pikirkan pertanyaan-pertanyaan berikut.

1. Sampel adalah himpunan bagian dari populasi. Apakah pernyataan itu benar? Jelaskan.
2. Semua siswa satu kelas ditanyakan ukuran sepatunya. Data ukuran sepatu siswa satu kelas itu, apakah tepat disajikan dalam diagram batang? Jelaskan.
3. Diagram garis digunakan untuk menggambarkan data dalam suatu kurun waktu. Sebutkan data-data apa saja yang cocok disajikan dengan diagram itu?
4. Diagram lingkaran digunakan untuk menyajikan data yang menggambarkan suatu bagian dari keseluruhan. Apakah banyaknya siswa tiap kelas cocok disajikan dengan diagram itu? Jelaskan.
5. Mungkinkah rata-rata, modus, dan median suatu kumpulan data sama? Jelaskan dan beri contoh.
6. Adakah materi yang masih sulit untukmu? Beranikan untuk bertanya pada guru atau temanmu.

Rangkuman

1. Sekelompok objek (bilangan, benda, orang, binatang dan lain-lain) yang dibicarakan disebut populasi. Sampel adalah sebagian dari populasi.
2. Penyajian data dapat dengan menggunakan tabel frekuensi, diagram batang, diagram garis, atau diagram lingkaran.
3. Diagram batang digunakan untuk membandingkan banyak sesuatu tiap kategori.
4. Diagram garis digunakan untuk menunjukkan suatu data yang berkembang dari waktu ke waktu secara teratur.

5. Diagram lingkaran digunakan untuk membandingkan sesuatu data terhadap keseluruhan data.
6. Ukuran pemusatan data adalah rata-rata (*mean*), modus, dan nilai tengah (*median*).
7. Modus adalah data yang paling sering muncul atau data dengan frekuensi paling besar.
8. Median adalah nilai yang terletak di tengah data, jika data diurutkan dari yang paling kecil hingga paling besar atau sebaliknya.
9. Rata-rata = $\frac{\text{Jumlah nilai data}}{\text{Banyak butir data}}$

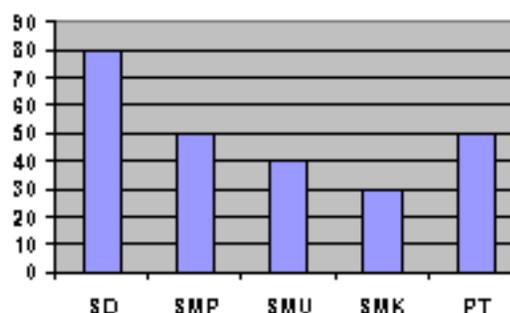
Evaluasi Mandiri

Pilihlah jawaban yang paling benar dengan memberi tanda silang (X) pada pilihan yang diberikan.

1. Rama ingin mengetahui tinggi badan rata-rata siswa SMP kelas IX di Jember. Untuk itu ia mengambil secara acak beberapa siswa SMP kelas IX untuk diukur badannya. Populasi dari informasi di atas adalah ...

Data	0	2	3	4	5
Frekuensi	1	3	2	4	1

- A. Semua siswa kelas IX di Jember
 - B. Beberapa siswa SMP kelas IX di Jember.
 - C. Siswa SMP kelas IX yang diukur tinggi badannya.
 - D. 100 siswa SMP kelas IX di Jember
2. Diagram batang di samping menunjukkan data anak yang masih sekolah. Rata-rata dari data tersebut adalah



8. Selama dua minggu, seorang guru mencatat banyak siswa yang tidak hadir pada saat pelajaran. Jumlah siswa di kelas itu adalah 30 anak. Berikut hasilnya: 2, 1, 3, 0, 2, 2, 1, 0, 9, 1, 2, 4, 2, 3

Ukuran pemusatan apakah yang tepat untuk menggambarkan secara singkat kumpulan data itu. Carilah ukuran pemusatan itu?

9. Netty mengumpulkan data tentang warna sepeda teman-teman sekolahnya.

Warna	Merah	Biru	Hijau	Lainnya
Banyak Sepeda	47	59	33	41

Buatlah diagram lingkaran untuk data itu.

10. Dari Hasil survai diketahui bahwa 52% responden tidak suka menonton telenovela. Adapun alasan orang yang tidak suka nonton telenovela adalah seperti terlihat pada tabel berikut.

Alasan Tidak Suka	Persen
Ceritanya monoton	63%
Terlalu cengeng	21%
Tidak suka saja	11%
Buang waktu	5%

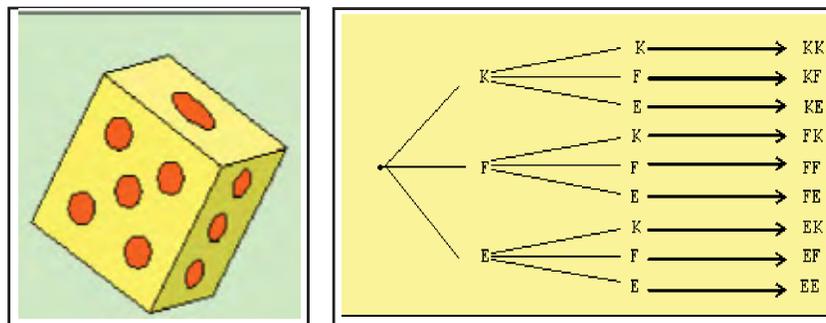
Sumber : Jawa Pos

Bab 4

Peluang

Standar Kompetensi

Memahami peluang kejadian sederhana



Kompetensi Dasar

1. Menentukan ruang sampel suatu percobaan
2. Menentukan peluang suatu kejadian sederhana

Apa yang akan kamu pelajari?

- Macam-macam kejadian
- Mencari peluang dengan frekuensi nisbi/relatif.
- Mencari titik dan ruang sampel.

Kata Kunci:

- Kejadian
- Frekuensi nisbi/relatif
- Peluang
- Titik sampel
- Ruang sampel



Percobaan Statistika, Titik Sampel, Ruang Sampel, dan Kejadian

Apakah di sekolahmu pernah diadakan pertandingan olah raga? Seringkali sebelum pertandingan olah raga seperti: sepak bola, bola basket, dan bola voli, dilakukan undian untuk menentukan posisi awal tim tersebut berada .



Undian dilakukan menggunakan mata uang logam, biasanya wasit memanggil kapten kedua tim dan meminta keduanya untuk memilih angka atau gambar. Selanjutnya wasit melambungkan mata uang tersebut dan setelah uang jatuh di tangan wasit dilihat, apa yang muncul. Bila yang muncul angka, maka salah satu tim diminta menentukan tempat atau menendang duluan sesuai perjanjian awal yang disepakati.

Demikian juga sebaliknya apabila yang muncul gambar, akan dilakukan perjanjian sesuai yang disepakati sebelumnya

Cara seperti di atas tersebut merupakan salah satu contoh **percobaan statistika**.

Komunikasi

Dapatkah kalian menceritakan tentang contoh lain dari percobaan statistika?

Pada percobaan pelemparan sebuah mata uang logam di atas, hasil yang dapat terjadi adalah muncul angka (A) atau gambar (G). Selanjutnya apabila semua hasil percobaan yang mungkin terjadi dihimpun dalam suatu himpunan;

yaitu S , maka himpunan tersebut dapat dituliskan $S = \{ A, G \}$. Himpunan S ini biasa disebut dengan **ruang sampel**, sedangkan anggota-anggota himpunan yaitu A dan G biasa disebut sebagai **titik-titik sampel**. Peristiwa munculnya angka atau gambar pada percobaan pengetosan mata uang disebut dengan **kejadian**.

Ruang sampel & Titik sampel

Ruang sampel: Himpunan semua hasil percobaan yang mungkin terjadi
Titik sampel : Anggota ruang sampel

Komunikasi

Pada percobaan melambungkan dadu dengan mata 6, dapatkah kamu menyebutkan ruang sampel hasil percobaan pelemparan dadu?



Himpunan bagian dari ruang sampel disebut **kejadian**. Contoh kejadian pada percobaan pelemparan mata uang di atas, untuk munculnya sisi "Angka" = $\{A\}$ dan munculnya sisi "Gambar" = $\{G\}$.

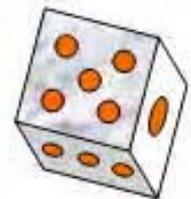
Kejadian

Kejadian : Himpunan bagian dari ruang sampel

Contoh 1

Pernahkah kamu bermain ular tangga? Pada permainan ular tangga sebelum memindahkan biji permainan, pemain terlebih dahulu melambungkan sebuah dadu mata enam satu kali. Dari percobaan tersebut tentukanlah:

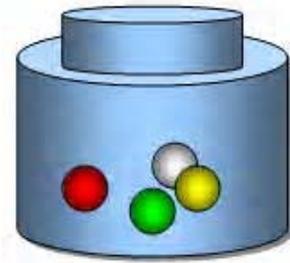
- ruang sampel percobaan.
- kejadian munculnya mata dadu 4.
- kejadian munculnya mata dadu ganjil.
- kejadian munculnya mata dadu genap
- kejadian munculnya mata dadu lebih dari atau sama dengan 3.



Jawab

- Ruang sampel percobaan = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- Kejadian muncul mata dadu 4 = $\{4\}$
- Kejadian muncul mata dadu ganjil = $\{1,3,5\}$
- Kejadian muncul mata dadu genap = $\{2,4,6\}$
- Kejadian muncul mata dadu lebih dari atau sama dengan 3 = $\{3,4,5,6\}$

Sebuah botol berisi empat kelereng: kelereng merah, kuning, hijau, kuning dan putih. Jika kita mengambil dua kelereng dari botol, satu persatu, tanpa dikembalikan lagi, tentukan himpunan kejadian berikut!



Sumber dokumen penulis

- A adalah kejadian satu kelereng berwarna merah
- B adalah Kejadian kelereng pertama merah atau kuning
- C adalah Kejadian kelereng memiliki warna yang sama
- D adalah Kejadian kelereng pertama bukan berwarna putih
- E adalah Kejadian kelereng tidak berwarna biru

Jawab

Ruang sampel percobaan di atas memuat hasil berikut (untuk singkatnya kita notasikan “**MH**”, untuk pengambilan pertama kelereng **merah** dan berikutnya **hijau**).

MH	HM	KM	PM
MK	HK	KH	PH
MP	HP	KP	PK

Oleh karena hanya terdapat tepat satu kelereng dengan warna berbeda, maka kejadian-kejadian di atas dapat dituliskan sebagai berikut.

Merah terambil pertama berikutnya bisa Hijau, Kuning, Putih dengan demikian kejadian terambil satu kelereng berwarna merah dapat dinyatakan oleh himpunan

$$A = \{MH, MK, MP, HM, KM, PM\}$$

Secara sama untuk kejadian terambil kelereng pertama merah atau kuning dan lainnya, sehingga diperoleh.

$$B = \{MH, MK, MP, KM, KP, KH\}$$

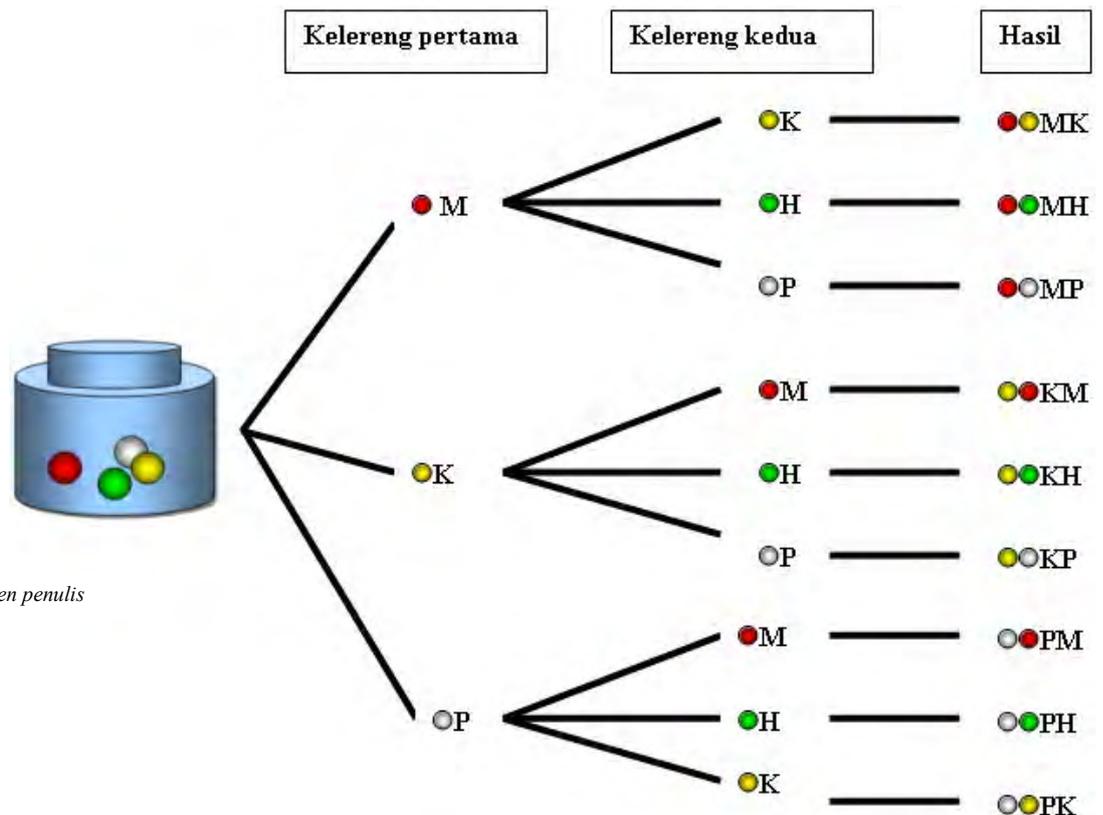
$C = \emptyset$, tidak mungkin terjadi karena masing-masing warna hanya ada satu kelereng

$$D = \{MH, MK, MP, HM, HK, HP, KM, KH, KP\}$$

Untuk kejadian kelereng tidak berwarna biru, perhatikan bahwa untuk setiap pengambilan tidak pernah kita dapatkan kelereng berwarna biru dan memiliki himpunan yang sama dengan ruang sampel. Dengan demikian $E =$ ruang sampel.

Pada contoh di atas, untuk menyatakan hasil percobaan pengambilan kelereng dari bejana dilakukan dengan membuat semua daftar hasil yang mungkin terjadi dari percobaan tersebut. Seringkali cara ini tidak efisien, sehingga perlu dikembangkan cara alternatif untuk menentukan hasil percobaan.

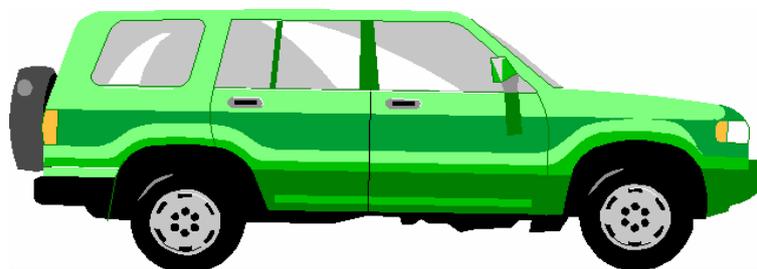
Diagram pohon dapat digunakan untuk menyatakan hasil percobaan. Pada contoh di atas, apabila digambarkan dengan diagram pohon akan diperoleh hasil sebagai berikut.



Sumber dokumen penulis

Gambar 4.1.1. Diagram pohon percobaan pengambilan kelereng

Contoh 2

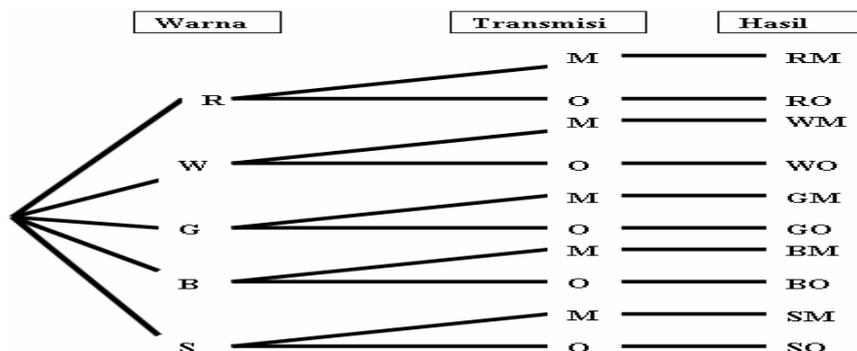


Sumber www.manatee.k12.fl.us

Andaikan orang tua kalian akan membeli mobil keluarga. Pilihan warna kendaraan adalah (merah (R), putih (W), hijau (G), hitam (B), atau perak (S)), sedangkan tipe transmisinya adalah (otomatis (O) atau manual (M)). Berapa banyak pilihan kendaraan yang dapat dipilih oleh orang tua kita?

Jawab

Gambar 4.1.2. menunjukkan ada 10 tipe kendaraan yang terkait dengan hasil percobaan, yang dapat dipilih oleh orang tua kita.



Gambar 4.1.2. Diagram pohon percobaan pemilihan tipe kendaraan keluarga

Terdapat 10 lintasan yang berbeda, atau hasil, untuk memilih kendaraan pada contoh di atas. Daripada mencacah semua hasil yang mungkin, kita sebenarnya dapat menghitung jumlah hasil yang terjadi dengan melakukan pengamatan sederhana dari diagram pohon. Terdapat lima warna (lima cabang utama) dan dua tipe transmisi (dua cabang sekunder untuk masing-masing cabang utama) atau $10 = 5 \times 2$ kombinasi yang berbeda. Cara perhitungan ini menyarankan pada kita terhadap sifat berikut.

Sifat Perhitungan Dasar

Jika suatu kejadian A dapat terjadi dalam p cara, dan untuk masing-masing p cara tersebut, kejadian B dapat terjadi dalam r cara, maka kejadian A dan B dapat terjadi, secara berkesinambungan dalam $(p \times r)$ cara.

Contoh 3

Kita gunakan contoh pemilihan tipe mobil di atas.

Warna mobil dengan jenis kendaraan adalah kejadian yang saling lepas. Untuk memilih warna ada 5 cara, sedang untuk memilih jenis kendaraan ada 2 cara. Dengan demikian untuk memilih kendaraan memerlukan $5 \times 2 = 10$ cara.

Cek Pemahaman

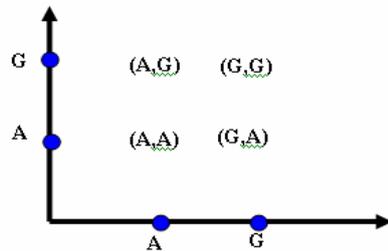
Diskusikan masalah berikut dengan temanmu!
Toko roti ABC menyediakan roti isi dalam 3 ukuran (kecil, sedang, dan besar), 2 pilihan ketebalan (tipis atau tebal), 4 pilihan isi (ayam, daging, sosis, dan keju) dan 2 pilihan rasa (biasa atau istimewa). Berapa banyak pilihan roti isi yang dapat dipesan?



Sumber www.manatee.k12.fl.us

Diagram Cartesius

Salah satu cara untuk mencari ruang sampel dari percobaan yang melibatkan dua percobaan adalah dengan hasil kali Cartesius. Sebagai contoh, percobaan pelemparan uang koin ratusan (R) dan uang koin lima ratusan (L) dinyatakan dalam diagram Cartesius sebagai berikut



Ruang sampel ratusan R = {A,G}

Ruang sampel lima ratusan L = {A,G}

Ruang sample percobaan ini adalah

$R \times L = \{(A,A), (A,G), (G,A), (G,G)\}$

Menghubungkan



Gunakan cara diagram Cartesius untuk mencari ruang sampel percobaan **Pengetosan uang koin ratusan dan pengetosan dadu bermata empat (tetrahedron die)**



Frekuensi nisbi

Minum di pagi hari



Surya, seorang siswa kelas VIII SMP, selalu minum teh setiap pagi. Bu Rini, ibu Surya, menghendaki Surya minum susu setiap pagi, karena susu lebih bergizi daripada teh.

Surya dan ibunya membuat suatu perjanjian, kapan Surya minum teh

dan kapan minum susu setiap pagi. Tiap pagi, Surya diminta melambungkan sebuah mata uang logam seratus rupiah. Jika muncul sisi bergambar burung, maka Surya minum teh dan jika muncul angka 100, Surya harus minum susu. Untuk mengetahui berapa kali Surya harus minum susu, dan berapa kali dia harus minum teh, ambil contoh dalam 1 bulan. Marilah kita lakukan



Sumber:

percobaan sederhana sebagai berikut: Sediakan uang logam 100 rupiah, lambungkan mata uang tersebut, kemudian catat kejadian yang muncul. Lakukan percobaan ini sampai 30 kali (misalkan rata-rata hari dalam 1 bulan adalah 30 hari). Lakukan pencatatan dengan tabel berikut:

Kejadian	Tally	Jumlah
Angka		
Gambar		
Total		

Setiap kali selesai melambungkan uang logam itu, tuliskan A jika muncul sisi Angka dan B jika muncul sisi bergambar Burung di dalam kotak yang tersedia.

- Berapa harikah Surya minum teh pada pagi hari selama bulan April?
- Berapakah rasio (perbandingan) munculnya sisi A terhadap banyaknya lambungan?
- Jika kamu melambungkan mata uang logam itu 30 kali lagi, apakah selalu kamu peroleh hasil yang sama seperti pada b?
- Jika kamu melambungkan mata uang logam tersebut lebih banyak lagi, apakah rasio munculnya sisi A akan mendekati $\frac{1}{2}$ atau menjauhi $\frac{1}{2}$?

Komunikasi

Bu Rini menjelaskan kepada Surya bahwa kesempatan Surya mendapatkan sisi bergambar “Burung” jika melambungkan sebuah mata uang logam adalah $\frac{1}{2}$. Berikan argumenmu, apakah ini berarti bahwa setiap melambungkan mata uang logam 2 kali akan muncul sisi “Angka” sekali dan muncul sisi “Burung” sekali? Jelaskan alasanmu!

Dalam melambungkan mata uang logam tersebut, meskipun Surya senang minum teh, Surya tidak dapat menentukan supaya selalu muncul sisi bergambar “Burung”. Dia hanya tahu bahwa akan muncul sisi bergambar “Burung” atau “Angka”. Munculnya sisi bergambar “Burung” atau “Angka” disebut **kejadian**. Kejadian munculnya sisi bergambar “Burung” atau “Angka” tersebut dinamakan **kejadian acak**, yaitu kejadian yang tidak dapat diperkirakan sebelumnya hasil yang terjadi.

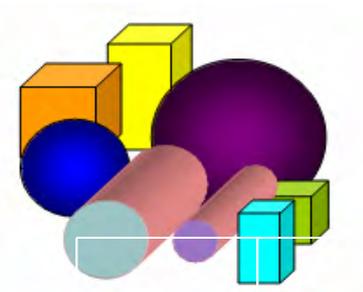
Pada bulan April, Surya misalnya dapat minum teh sebanyak 13 kali. Bulan April terdiri atas 30 hari. Rasio banyak hari Surya minum teh pada pagi hari dibandingkan dengan banyaknya hari dalam bulan April adalah $\frac{13}{30}$. Rasio disebut

frekuensi nisbi atau **frekuensi relatif** banyaknya Surya minum teh pada pagi hari. Kalau pada percobaan pelemparan mata uang dan kebiasaan minum teh atau susu ini dilakukan dalam waktu yang cukup lama, misal 2 tahun, dan rasio minum teh di pagi hari adalah $\frac{13}{30}$, maka $\frac{13}{30}$ disebut **peluang** Surya minum teh di pagi hari. Ditulis: **P(Surya minum teh di pagi hari) = $\frac{13}{30}$** .

Frekuensi nisbi (relatif)	Misalkan suatu percobaan dilakukan sebanyak n kali, kejadian A terjadi sebanyak p kali <i>Frekuensi nisbi (relatif) kejadian A adalah $\frac{p}{n}$.</i>
----------------------------------	--

Apabila percobaan ini dilakukan untuk n yang cukup besar, frekuensi nisbi kejadian A dapat disebut sebagai peluang kejadian A.

Latihan 4.1



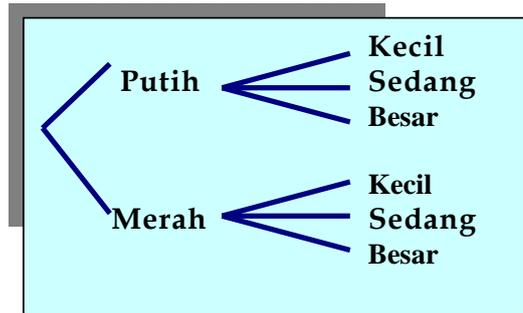
1. **Geometri.** Ada 4 bangun, yaitu kubus, balok, bola, dan silinder. Keempat bangun itu masing-masing mempunyai ukuran besar dan kecil. Isilah tabel berikut untuk menyatakan bangun geometri beserta ukurannya.

		Ukuran	
		Besar (G)	Kecil (C)
Bangun Geometri	Balok (L)		
	Kubus (K)		
	Silinder (S)		
	Bola (B)		

Selanjutnya tuliskan jenis dan ukuran bangun geometri tersebut dalam diagram pohon!

2. **Penalaran.**

Apabila diagram pohon dari suatu percobaan statistik berbentuk seperti diagram di samping, bagaimanakah bentuk percobaan statistiknya!



3. **Ikan.** Ada ikan laut dan ikan air tawar. Ikan laut ada yang bersisik dan ada yang tidak bersisik. Ikan air tawar juga ada yang bersisik dan ada yang tidak. Buatlah diagram pohonnya! Ada berapa macam ikan berdasarkan keterangan tersebut?



4. **Frekuensi relatif.** Pada suatu percobaan pelemparan dadu bermata 6, sebanyak 50 kali dihasilkan data sebagai berikut.

Mata dadu					
1	2	3	4	5	6
9	8	9	7	10	7

- Berapakah frekuensi relatif muncul mata dadu 3?
- Berapakah frekuensi relatif muncul mata dadu 4?
- Berapakah frekuensi relatif muncul dadu mata prima?
- Berapakah frekuensi relatif muncul dadu mata ganjil?

5. **Olah Raga.** Rifki dan Damar bertanding renang gaya bebas 50 meter sebanyak 10 kali. Hasil yang didapat seperti pada tabel berikut.



Sumber <http://indonesian.cri.cn/>

Nama	Menang
Rifki	6 kali
Damar	4 kali

Pada setiap kali kesempatan pertandingan dengan sesi 10 kali, senantiasa memperlihatkan hasil yang sama seperti pada tabel.

Kalau suatu saat mereka bertanding, berapakah :

- a. P (Rifki menang)?
- b. P (Damar menang)?



Sumber : www.kutakartanegara.com

6. Dalam 50 kali pertandingan, tim bola basket kota Samarinda menang atas tim bola basket kota Balikpapan sebanyak 30 kali dan kalah sebanyak 20 kali. Kalau suatu saat kedua tim itu bertanding, berapa peluang tim bola basket kota Samarinda yang menang? Tim bola basket kota Balikpapan yang menang?



Sumber <http://www.moe.gov.sg>

7. Rita melakukan survei tentang buah kesukaan terhadap 45 teman kelasnya. Hasilnya, 21 orang menyukai jeruk. Apabila ditanya secara acak kepada 45 orang tersebut, berapakah peluang bahwa teman yang ditanya tersebut menyukai jeruk?

8. Dari survei terhadap siswa SD di kota Malang, diperoleh data tentang waktu mulai tidur seperti pada tabel berikut.

Pukul	Banyak anak
19.30	8
20.00	14
20.30	28
21.00	26
21.30	19
22.00	5

Berdasarkan data tersebut, tentukan:

- a) $P(\text{mulai tidur pukul } 19.30)$
- b) $P(\text{mulai tidur sebelum pukul } 21.00)$
- c) $P(\text{mulai tidur sesudah pukul } 21.00)$
- d) $P(\text{mulai tidur dari pukul } 20.00 \text{ sampai dengan pukul } 21.30)$.
- e) $P(\text{mulai tidur tidak pada pukul } 21.00)$.

9. Berikut ini adalah daftar makanan kesukaan teman-temanmu satu sekolah dan banyaknya temanmu yang menyukainya.

Makanan	Banyak Siswa
Kacang goreng	40
Tahu isi	24
Bakso	125
Pisang Goreng	76
Terang bulan	55

- a. Berapakah banyak siswa seluruhnya?
- b. Misalkan K adalah kejadian siswa senang makan kacang goreng. Berapakah $P(K)$?
- c. Misalkan R adalah kejadian siswa senang makan pisang goreng. Berapakah $P(R)$?
- d. Misalkan B adalah kejadian siswa senang makan bakso. Berapakah $P(B)$?
- e. Misalkan C adalah kejadian siswa senang makan selain bakso. Berapakah $P(C)$?
- f. Misalkan D adalah kejadian siswa senang makan selain tahu goreng. Berapakah $P(D)$?

Apa yang akan kamu pelajari?

- Mencari peluang dengan tiap titik sampel berkesempatan sama untuk terjadi
- Menentukan kepastian dan kemustahilan

Kata Kunci:

- Peluang
- Teoritis
- Berkesempatan sama
- Kepastian
- Kemustahilan



Peluang dengan Tiap Titik Sampel Berkesempatan Sama untuk Terjadi

Pada percobaan pengambilan satu kartu remi dari setumpuk kartu, terdapat 4 jenis kartu, wajik (\diamond), hati (\heartsuit), sekop (\spadesuit), dan klaver (\clubsuit) dan 13 kartu (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, jack, queen, king, dan as). Dalam percobaan pengambilan satu kartu akan diperoleh total 52 hasil yang dapat terjadi sebagai berikut

$S = \{2\diamond, 3\diamond, 4\diamond, 5\diamond, 6\diamond, 7\diamond, 8\diamond, 9\diamond, 10\diamond, J\diamond, Q\diamond, K\diamond, A\diamond, 2\heartsuit, 3\heartsuit, 4\heartsuit, 5\heartsuit, 6\heartsuit, 7\heartsuit, 8\heartsuit, 9\heartsuit, 10\heartsuit, J\heartsuit, Q\heartsuit, K\heartsuit, A\heartsuit, 2\spadesuit, 3\spadesuit, 4\spadesuit, 5\spadesuit, 6\spadesuit, 7\spadesuit, 8\spadesuit, 9\spadesuit, 10\spadesuit, J\spadesuit, Q\spadesuit, K\spadesuit, A\spadesuit, 2\clubsuit, 3\clubsuit, 4\clubsuit, 5\clubsuit, 6\clubsuit, 7\clubsuit, 8\clubsuit, 9\clubsuit, 10\clubsuit, J\clubsuit, Q\clubsuit, K\clubsuit, A\clubsuit\}$.

Selanjutnya, apabila pada pengambilan kartu ini diasumsikan memiliki kesempatan sama untuk terjadi, maka secara teori (tanpa melakukan percobaan) dapat didaftar kejadian pengambilan kartu sebagai berikut: A adalah kejadian terambil kartu wajik dinyatakan oleh $\{2\diamond, 3\diamond, 4\diamond, 5\diamond, 6\diamond, 7\diamond, 8\diamond, 9\diamond, 10\diamond, J\diamond, Q\diamond, K\diamond, A\diamond\}$

B adalah kejadian terambil kartu bergambar orang dinyatakan oleh $\{J\spadesuit, Q\spadesuit, K\spadesuit, J\diamond, Q\diamond, K\diamond, J\clubsuit, Q\clubsuit, K\clubsuit, J\heartsuit, Q\heartsuit, K\heartsuit\}$

C adalah kejadian terambil kartu wajik bergambar orang dinyatakan oleh $\{J\diamond, Q\diamond, K\diamond\}$

Baik percobaan maupun kejadian di atas, akan memberikan ruang sampel dan ruang kejadian yang sama. Oleh karena itu, kita dapat dihitung

- $P(\text{kartu wajik}) = \frac{13}{52}$
- $P(\text{kartu bergambar orang}) = \frac{12}{52}$
- $P(\text{kartu wajik bergambar orang}) = \frac{3}{52}$

Secara umum

Misalkan suatu percobaan dengan setiap hasil memiliki kesempatan sama untuk terjadi, dengan ruang sampel S dan A adalah suatu kejadian pada percobaan tersebut, maka peluang A terjadi dapat dinyatakan oleh pernyataan berikut

Peluang suatu kejadian

Istilah : Rasio antara cacah anggota kejadian dengan cacah anggota sampel

Simbol : Misal cacah anggota kejadian A adalah $n(A)$ dan cacah anggota ruang sampel S adalah $n(S)$. Peluang kejadian A , $P(A)$ adalah

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Contoh 1



Sumber www.manatee.k12.fl.us

Ingat contoh sebelumnya tentang pembelian mobil keluarga. Pilihan warna kendaraan adalah (merah (R), putih (W), hijau (G), hitam (B), atau perak (S)), sedangkan tipe transmisinya adalah (otomatis (O) atau manual (M)). Berapa peluang orang tua kita memilih kendaraan berwarna merah dengan transmisi otomatis?

Jawab

Pada perhitungan ruang sampel sebelumnya diperoleh bahwa ruang sampel percobaan ini adalah

$$S = \{RO, RM, WO, WM, GO, GM, BO, BM, SO, SM\}.$$

Sedangkan kejadian pemilihan kendaraan keluarga berwarna merah (V) dengan transmisi otomatis adalah

V = kendaraan keluarga berwarna merah dengan transmisi otomatis
 $= \{RO\}$.

Dengan demikian peluang orang tua kita memilih kendaraan berwarna merah dengan transmisi otomatis adalah

$$P(V) = \frac{n(S)}{n(V)} = \frac{1}{10}.$$

Contoh 2

Dua dadu bermata enam dilempar bersama. Berapa peluang muncul mata dadu berjumlah 7?

Jawab

Dengan cara membuat daftar kita dapat menentukan ruang sampel kejadian pelemparan dua mata dadu bermata enam sebagai berikut

$$S = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$$

Dengan demikian $n(S) = 36$. Selanjutnya, misalkan A menyatakan himpunan dari kejadian munculnya mata dadu berjumlah 7 maka dapat kita daftar sebagai berikut

$$A = \{(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)\}$$

Dengan demikian $n(A) = 6$. Oleh karena itu peluang kejadian muncul mata dadu berjumlah 7 adalah $P(A) = \frac{n(A)}{n(B)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

Cek Pemahaman

1. Tentukan peluang terambilnya huruf vokal pada huruf-huruf P, E, L, U, A, N, G.
2. Perhatikan huruf-huruf pada kata " M A T E M A T I K A ". Secara acak dipilih 1 huruf. Berapakah peluangnya bahwa yang terpilih adalah huruf K? Huruf A? Huruf T?

Komunikasi



Sumber <http://bima.ipb.ac.id/~anita/bayi8.jpg>

Pada tahun 1995, di Amerika Serikat ada 3.848.000 bayi di bawah usia 1 tahun. Pada usia ini, P(perempuan) adalah 0,488 dan P(laki-laki) adalah 0,512

Apakah arti P(perempuan) adalah 0,488 dan P(laki-laki) adalah 0,512?

Peluang kejadian pada contoh dan latihan yang telah kita bahas di atas merupakan peluang suatu kejadian sederhana. Disebut demikian karena untuk menghitung nilai peluang kejadian, cukup dengan rumus sederhana yang merupakan rasio antara cacah anggota kejadian dengan rasio cacah ruang sampel. Akan tetapi walaupun suatu kejadian tidak sederhana, tetapi kadang-kadang dapat diselesaikan dengan menggunakan rumus kejadian sederhana. Perhatikan contoh berikut

Contoh 3

Dua dadu bermata enam dilempar bersama satu kali, peluang muncul mata dadu berjumlah 5 atau 8 adalah?

Jawab : Kejadian ini bukan kejadian sederhana karena ada dua kejadian yaitu kejadian munculnya dua mata dadu berjumlah 7 atau kejadian munculnya dua mata dadu berjumlah 8. Akan tetapi kita masih dapat menggunakan prinsip kejadian sederhana untuk menghitung peluang kejadian. Perhatikan bahwa ruang sampel pelemparan dua mata dadu bermata enam adalah

$S = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$.

Dengan demikian $n(S) = 36$. Selanjutnya, misalkan A adalah himpunan dari kejadian mata dadu berjumlah 5 atau 8, maka $A = \{(1,4), (2,3), (3,2), (4,1), (2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)\}$.

Dengan demikian $n(A) = 9$. Oleh karena itu peluang kejadian muncul mata dadu berjumlah 5 atau 8 adalah

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

Cek Pemahaman

Sebuah kotak berisi 5 bola merah dan 3 bola putih. Kita ambil 2 bola sekaligus dari kotak tersebut. Peluang bahwa yang terambil itu bola merah dan bola putih adalah.

• Tips

Walaupun suatu kejadian tidak sederhana, tetapi kadang dapat diselesaikan menggunakan rumus kejadian sederhana.

Untuk menentukan peluang suatu kejadian, kita juga dapat menggunakan komplemen kejadian untuk menentukan peluangnya. Untuk memperjelas prinsip ini perhatikan contoh berikut

Contoh 4

Setumpuk kartu bridge diambil secara acak satu lembar kartu. Peluang terambil kartu bukan kartu As (A) adalah?

Jawab

Seperti yang telah diuraikan pada awal bab, misal S adalah ruang sampel pengambilan satu kartu dari setumpuk kartu bridge akan menghasilkan $n(S) = 52$.

Misal A himpunan dari kejadian bukan As, maka $n(A) = 48$. Kenapa demikian, karena jumlah kartu As dari kartu bridge adalah 4, yang bukan kartu As berjumlah 48.

Dengan demikian $P(A) = \frac{48}{52} = \frac{12}{13}$.

• Tips

Peluang kejadian **bukan** kejadian A dapat diperoleh dari peluang kejadian A , dengan prinsip komplemen sebagai berikut

$$P(\text{bukan } A) = 1 - P(A)$$

Kita juga dapat menggunakan prinsip komplemen kejadian untuk menentukan peluang kejadian terambil bukan kartu As. Misalkan S menyatakan ruang sampel pengambilan satu kartu bridge, maka $n(S) = 52$. Selanjutnya misal A menyatakan himpunan dari kejadian terambilnya kartu As, maka

$$A = \{ A_{\diamond}, A_{\heartsuit}, A_{\spadesuit}, A_{\clubsuit} \}$$

Dengan demikian $n(A) = 4$, dan $P(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$. Sedangkan yang kita cari adalah

$$P(\text{bukan } A) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{13} = \frac{12}{13}.$$

1. Sebuah mata uang logam Rp500,00 dilambungkan satu kali. Setiap sisi mata uang memiliki kesempatan sama untuk muncul.



- Tuliskan ruang sampel percobaan tersebut!
- Tuliskan semua kejadian dalam percobaan dan tentukan himpunan kejadiannya.
- isalkan E adalah kejadian muncul angka, berapakah $P(E)$?

2. Suatu percobaan pelemparan satu kali dadu bermata 6 dilakukan



- Mata berapa saja yang mungkin muncul?
- Berapakah peluang munculnya masing-masing mata?
- Berapakah peluang muncul mata ganjil?

Sumber

<http://images.google.co.id/>

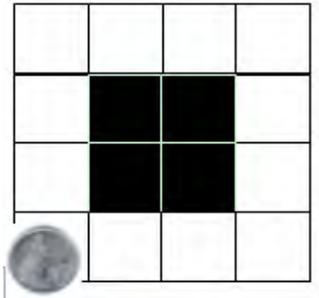
3. Misal kamu diminta mengambil sebuah pin secara acak dari 10 pin berikut. ★ ★ 😊 😊 😊 ☹ ☹ ☹ ☹ ☹

- Berapa banyaknya pin?
Berapa banyak pin bergambar bintang (★)?
Berapa banyak pin bergambar orang senang (😊)?
Berapa banyak pin bergambar orang marah (☹)?
- Berapa $P(\text{bergambar bintang})$?
- Berapa $P(\text{bergambar orang senang})$?
- Berapa $P(\text{bergambar orang marah})$?
- Berapa $P(\text{bergambar silang})$?

4. Perhatikan huruf-huruf pada kata "KALIMANTAN"
Sebuah huruf ditunjuk secara acak.

- Berapa banyak huruf semuanya?
- Berapa peluangnya bahwa yang ditunjuk huruf A atau $P(A)$?
- Jika N adalah kejadian bahwa yang ditunjuk adalah huruf N, berapakah $P(N)$?
- Berapa peluang bahwa yang ditunjuk adalah huruf G?
- Berapa peluang bahwa yang ditunjuk adalah huruf K, A, L, I, M, N, atau T? Mengapa? Peristiwa apakah itu?

5. Sebuah mata uang logam (koin) dijatuhkan pada ubin seperti pada gambar di samping. Berapa peluang bahwa koin tersebut akan jatuh pada ubin yang berwarna hitam? Berwarna putih? Berapakah peluang koin jatuh di ubin hitam ditambah peluang koin jatuh di ubin putih



6. Mengapa peluang suatu kejadian dengan percobaan mungkin tidak sama dengan peluang kejadian tersebut tanpa percobaan?
7. Telah terjual 1000 kupon undian berhadiah. Pak Okta membeli 2 kupon. Untuk menentukan pemenangnya, satu kupon diambil secara acak dari 1000 kupon tersebut. Berapakah peluangnya bahwa Pak Okta akan menang?



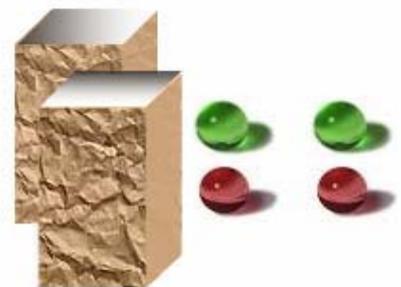
Peluang Kejadian Majemuk

Kejadian majemuk adalah kejadian yang diperoleh dari kejadian-kejadian sederhana yang dihubungkan kata *dan* atau kata *atau*. Mari kita teliti apabila kejadian-kejadian sederhana tersebut dihubungkan kata *dan*, dengan percobaan berikut

Kerja Kelompok

Sediakan 2 kantong kertas, 2 kelereng berwarna merah, dan 2 kelereng berwarna hijau.

- a. Masukkan masing-masing 2 kelereng (merah dan hijau) ke dalam masing-masing kantong kertas.
- b. Tanpa melihat ambil masing-masing satu kelereng dari tiap kantong, dan catat warna kelereng yang diperoleh.



Sumber: Dit.PSMP;2006

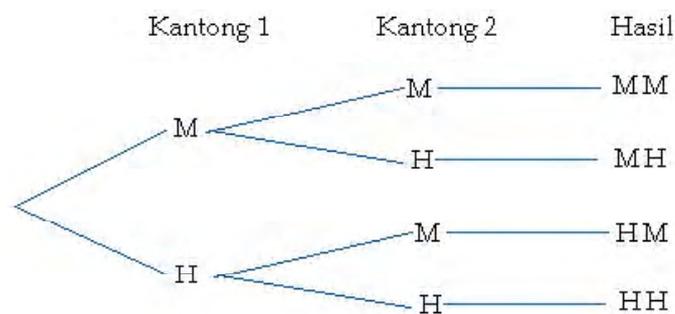
- Kemudian kembalikan kelereng pada kantong semula.
- c. Ulangi percobaan sampai 99 kali. Catat dan hitung kombinasi kelereng yang diperoleh merah/merah, merah/hijau, hijau/merah, dan hijau/hijau.

Kemudian coba perkirakan

1. P (merah *dan* merah)
2. P (merah *dan* hijau)
3. P (hijau *dan* merah)
4. P (hijau *dan* hijau)

Pada percobaan yang kalian lakukan di atas, pengambilan kelereng pada kantong pertama tidak mempengaruhi pengambilan kelereng pada kantong kedua. Kejadian semacam ini disebut **kejadian saling bebas** sebab hasil kejadian pertama tidak mempengaruhi hasil pada kejadian kedua.

Kamu dapat menganalisa hasil percobaan dengan menggunakan diagram pohon berikut



Terdapat empat hasil yang memiliki kesempatan sama untuk terjadi. Dengan demikian peluang terambil kelereng pertama merah dan kelereng kedua hijau adalah $\frac{1}{4}$. Kamu juga dapat mengalikan untuk memperoleh peluang dari dua kejadian bebas

$$\underbrace{P(\text{merah dari kantong 1})}_{\frac{1}{2}} \times \underbrace{P(\text{hijau dari kantong 2})}_{\frac{1}{2}} = \underbrace{P(\text{merah dan hijau})}_{\frac{1}{4}}$$

<p style="text-align: center; margin: 0;">Peluang dari kejadian-kejadian saling bebas</p>	<p>Istilah Peluang dari dua kejadian bebas diperoleh dari hasil kali peluang kejadian pertama dan peluang kejadian kedua.</p> <p>Simbol $P(A \text{ dan } B) = P(A) \times P(B)$</p> <p>Model</p>
--	---

Contoh 5

Dua dadu bermata enam dilemparkan satu kali. Tentukan peluang kejadian muncul mata ganjil pada dadu pertama dan muncul mata 4 pada dadu kedua.

Jawab

$$P(\text{muncul mata ganjil}) = \frac{3}{6} \text{ atau } \frac{1}{2}$$

Sebab ada tiga cara untuk memperoleh mata ganjil.

$$P(\text{muncul mata 4}) = \frac{1}{6}.$$

Dengan demikian

$$P(\text{muncul mata ganjil dan muncul mata 4}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \text{ atau } \frac{1}{12}.$$

Cek Pemahaman

Dua dadu bermata enam dilemparkan satu kali. Tentukan peluang kejadian muncul mata genap pada dadu pertama dan muncul mata lebih dari 4 pada dadu kedua.

Dua kejadian juga dapat dihubungkan dengan kata sambung *atau*. Sebagai contoh, misalkan diminta menghitung peluang pengambilan kartu J (jack) *atau* Q (queen) dari tumpukan kartu bridge. Oleh karena satu kartu tidak mungkin berlaku J dan Q secara bersama-sama, maka kita katakan bahwa kejadian ini **terpisah satu sama lain (*mutually exclusive*)**. Yaitu, kedua kejadian tidak mungkin terjadi pada waktu yang bersamaan.

Peluang dua kejadian yang terpisah satu sama lain ditentukan dengan menambahkan kedua peluang kejadian. Dengan demikian

$$P(\text{J atau Q}) = P(\text{J}) + P(\text{Q})$$

$$= \frac{4}{52} + \frac{4}{52}$$

$$= \frac{8}{52} \text{ atau } \frac{2}{13}.$$

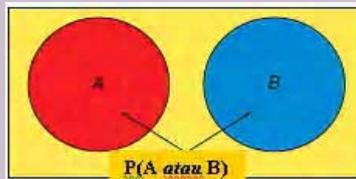
Jadi peluang pengambilan kartu J *atau* Q adalah $\frac{2}{13}$.

Peluang dari kejadian-kejadian terpisah satu sama lain

Istilah Peluang dari dua kejadian yang terpisah satu sama lain diperoleh dengan menambahkan peluang kejadian pertama dengan peluang kedua.

Simbol $P(A \text{ atau } B) = P(A) + P(B)$

Model



Contoh 6

Jamal memiliki uang logam 4 lima ratusan, 2 ratusan, dan 4 lima puluhan dalam saku bajunya. Dia mengambil satu uang dalam kantong secara acak. Berapa peluang terambil uang lima ratusan *atau* ratusan?

Jawab

Uang logam tersebut tidak mungkin terjadi lima ratusan dan ratusan secara bersama-sama, dengan demikian kejadian tersebut adalah terpisah satu sama lain. Jumlahkan kedua peluang individu untuk menjawab masalah ini.

$$\begin{aligned} P(\text{lima ratusan atau ratusan}) &= P(\text{lima ratusan}) + P(\text{ratusan}) \\ &= \frac{4}{10} + \frac{2}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

Peluang terambil lima ratusan *atau* ratusan adalah $\frac{3}{5}$.

Cek Pemahaman

Berapa peluang terambil uang ratusan *atau* uang lima puluhan?

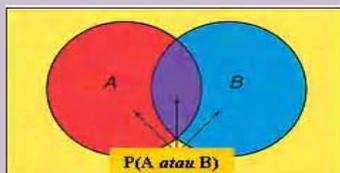
Kadang kejadian-kejadian yang dihubungkan kata *atau* tidak bersifat terpisah satu sama lain. Sebagai contoh, untuk bulan-bulan ini ada peluang untuk hujan pada hari Sabtu dan juga ada peluang untuk hujan hari Minggu. Kamu ingin mencari peluang hujan turun pada akhir Minggu. Oleh karena hujan dapat turun pada hari Sabtu dan Minggu, turunnya hujan pada hari Sabtu dan Minggu bukan kejadian yang saling terpisah satu sama lain. Kejadian tersebut dikenal sebagai kejadian yang tidak terpisah (*inclusive*).

Peluang dari kejadian-kejadian yang tidak terpisah satu sama lain

Istilah Peluang dari dua kejadian yang tidak terpisah satu sama lain diperoleh dengan menambahkan peluang kedua kejadian, kemudian mengurangnya dengan peluang kejadian bersama.

Simbol $P(A \text{ atau } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ dan } B)$

Model



Contoh 6

Jika peluang hujan hari Sabtu adalah 40% dan peluang hujan hari Minggu adalah 60%, tentukan peluang akan hujan hari Sabtu atau Minggu.

Jawab

Oleh karena dapat terjadi hujan pada kedua hari, kejadian ini adalah kejadian *inclusive*. Kita peroleh

$$P(\text{Sabtu}) = 0,4$$

$$P(\text{Minggu}) = 0,6.$$

Kejadian ini juga saling bebas, karena cuaca pada hari Sabtu tidak mempengaruhi cuaca hari Minggu. Oleh karena itu

$P(\text{Sabtu atau Minggu})$

$$= P(\text{Sabtu}) + P(\text{Minggu}) - P(\text{Sabtu dan Minggu})$$

$$= 0,4 + 0,6 - (0,4)(0,6)$$

$$= 1,0 - 0,24$$

$$= 0,76 \text{ atau } 76\%$$

Dengan demikian peluang untuk hujan hari Sabtu *atau* Minggu adalah 76%.

Latihan 4.2.B



1. Sebuah mata dadu mata enam dilempar dan sebuah kisanan diputar sekali. Tentukan peluang
 - a. $P(3 \text{ dan } \text{Biru})$
 - b. $P(\text{genap atau merah})$
 - c. $P(6 \text{ atau kuning})$

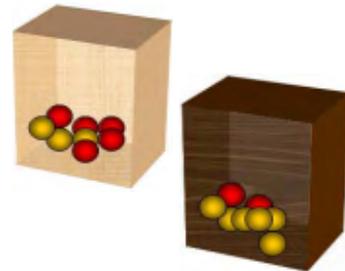
2. **Olah raga.** Berdasarkan survey siswa SMP di kota Jakarta diperoleh data bahwa peluang siswa menyukai olah raga adalah 45% sedangkan peluang siswa menyukai kegiatan berkemah adalah 55%. Bila kita bertanya pada seorang siswa SMP di Jakarta, berapakah peluang siswa tersebut
- menyukai olah raga *dan* berkemah
 - menyukai olah raga *atau* berkemah



3. Jika tiga mata uang lima ratusan dilempar bersama-sama, maka peluang untuk memperoleh dua gambar *dan* satu angka adalah?



4. Kotak I berisi 5 bola merah dan 3 bola kuning. Kotak II berisi 2 bola merah dan 6 bola kuning. Dari masing-masing kotak diambil secara acak satu bola. Peluang kedua bola yang terambil berwarna sama adalah?



5. Dua dadu bermata enam dilempar bersama-sama satu kali. Peluang muncul mata dadu berjumlah 7 *atau* 10 adalah?



6. Kotak A dan B berisi 12 pasang kaos kaki. Setelah diperiksa ternyata pada kotak A terdapat 2 pasang kaos kaki dan pada kotak B terdapat 1 pasang kaos kaki rusak. Kemudian diambil secara acak dari masing-masing kotak 1 pasang kaos kaki. Peluang terambilnya sepasang kaos kaki rusak adalah?



7. Peluang siswa SMP laki-laki untuk tidak lulus ujian nasional adalah 10%, sedangkan peluang siswa perempuan untuk tidak lulus ujian adalah 15%. Peluang siswa laki-laki *atau* siswa perempuan lulus ujian nasional adalah?



Kepastian dan kemustahilan

Sebuah kantong berisi kelereng merah sebanyak 10 buah. Sebuah kelereng diambil secara acak dari kantong tersebut.



Sumber www.immanuelbookstore.com

- Berapakah peluang bahwa yang terambil kelereng merah?
- Berapakah peluang bahwa yang terambil bola putih?



Karena semua bola yang ada di dalam kotak berwarna merah, maka setiap pengambilan sebuah bola secara acak **pasti** akan mendapatkan bola merah, dan **mustahil** mendapatkan bola putih.

Kepastian dan Kemustahilan

Kepastian adalah kejadian yang pasti terjadi dan peluang kepastian adalah 1
Kemustahilan adalah kejadian yang tidak mungkin terjadi dan peluang kemustahilan adalah 0.

Dalam pembahasan peluang, kepastian dan kemustahilan adalah suatu kejadian yang memiliki peluang mutlak, 1 untuk kepastian dan 0 untuk kemustahilan. Sedangkan secara umum suatu kejadian memenuhi sifat berikut

Peluang suatu kejadian

Misalkan A adalah suatu kejadian dari percobaan statistik maka $0 \leq P(A) \leq 1$

Secara grafik dapat kita gambarkan nilai peluang suatu kejadian sebagai berikut



Penalaran

Mungkinkah peluang suatu kejadian lebih dari 1? Mengapa?
Mungkinkah peluang suatu kejadian kurang dari 0? Mengapa?

Komunikasi

1. Berilah contoh suatu kejadian lain yang pasti terjadi!
2. Berilah contoh suatu kejadian lain yang mustahil (tidak mungkin)

Diskusi

Lakukan percobaan berikut

Lambungkan dua dadu bermata 6 satu kali, kemudian catat hasilnya dalam tabel berikut

		Dadu I					
		1	2	3	4	5	6
Dadu II	1	(1, 1)	(1, 2)	(.....)	(.....)	(.....)	(.....)
	2	(2, 1)	(.....)	(.....)	(.....)	(.....)	(.....)
	3	(3, 1)	(.....)	(.....)	(.....)	(.....)	(.....)
	4	(4, 1)	(.....)	(.....)	(.....)	(.....)	(.....)
	5	(5, 1)	(.....)	(.....)	(.....)	(.....)	(.....)
	6	(6, 1)	(6, 2)	(.....)	(.....)	(.....)	(.....)



Sumber <http://www.oitc.com>

Misalkan E adalah kejadian jumlah mata kedua dadu yang muncul adalah 19. G adalah kejadian jumlah mata kedua dadu yang muncul dari 2 sampai dengan 12.

Lihatlah tabel, kemudian jawab pertanyaan berikut!

- a. Berapakah jumlah mata kedua dadu yang terbesar?
- b. Berapakah jumlah mata kedua dadu yang terkecil?
- c. Apakah jumlah mata kedua dadu dapat mencapai 19?
- d. Disebut kejadian E itu?
- e. Berapa sajakah jumlah mata yang mungkin dari kedua dadu itu?
- f. Berapakah $P(G)$?
- g. Disebut apakah kejadian G itu?

Refleksi

1. Frekuensi nisbi (relatif) = $\frac{\text{cacah anggota kejadian}}{\text{banyak percobaan}}$.
2. Berilah contoh peluang percobaan suatu kejadian.
3. Dari konsep yang telah kita pelajari, kejadian merupakan himpunan bagian dari ruang sampel. Apakah suatu kejadian bisa sama dengan ruang sampel? Berilah contoh kejadian yang sama dengan ruang sampel.
4. Misalkan peluang suatu kejadian adalah $\frac{1}{3}$, apakah arti bilangan tersebut?
5. Jelaskan perbedaan antara $P(A \text{ dan } B)$ dan $P(A \text{ atau } B)$
6. Kapan suatu kejadian menjadi suatu kepastian?
7. Bagaimana hubungan cacah anggota kepastian dengan cacah anggota ruang sampel?
8. Adakah materi yang masih sulit untukmu? Beranikan untuk bertanya pada guru atau temanmu.

Rangkuman

1. **Ruang sampel** adalah himpunan semua hasil percobaan yang mungkin terjadi. **Titik sampel** adalah anggota ruang sampel. **Kejadian** adalah himpunan bagian dari ruang sampel
2. Hasil percobaan dapat ditentukan dengan cara; (a) mendaftar semua hasil kejadian yang mungkin terjadi, (b) membuat diagram pohon, dan (d) dengan menggunakan diagram Cartesius.
3. **Sifat perhitungan dasar.** Jika suatu kejadian A dapat terjadi dalam p cara, dan untuk masing-masing p cara tersebut, kejadian B dapat terjadi dalam r cara, maka kejadian A dan B dapat terjadi, secara berkesinambungan dalam $(p \times r)$ cara.
4. Pada percobaan pelemparan mata uang sebanyak n kali. Misalkan kejadian muncul angka (A) muncul sebanyak p kali, dan muncul gambar (G) sebanyak q kali. **Frekuensi nisbi (relatif)** muncul angka adalah $\frac{p}{n}$, dan **frekuensi relatif** muncul gambar adalah $\frac{q}{n}$.
5. Misalkan suatu percobaan dengan setiap hasil memiliki kesempatan sama untuk terjadi, peluang suatu kejadian adalah rasio cacah anggota kejadian dengan cacah ruang sampel.

6. Kepastian adalah kejadian dengan peluang 1. Kemustahilan adalah kejadian dengan peluang 0.
7. Misalkan A adalah suatu kejadian dari percobaan statistik,

Evaluasi Mandiri

Pilihlah jawaban yang paling benar dengan memberi tanda silang (X) pada pilihan yang diberikan.

1. Dua dadu bermata enam masing-masing berwarna hitam dan biru dilempar bersama-sama. Peluang yang muncul dadu 2 biru dan 5 hitam adalah
 - a. $\frac{1}{36}$
 - b. $\frac{10}{36}$
 - c. $\frac{7}{36}$
 - d. $\frac{9}{36}$
2. Jika dua dadu bermata enam dilempar bersama-sama maka peluang muncul jumlah mata dadu 10 adalah
 - a. $\frac{1}{4}$
 - b. $\frac{5}{36}$
 - c. $\frac{1}{6}$
 - d. $\frac{1}{12}$
3. Sebuah kantong berisi 15 kelereng hitam, 12 kelereng putih, dan 25 kelereng biru. Bila sebuah kelereng diambil secara acak, peluang terambil kelereng putih adalah
 - a. $\frac{1}{10}$
 - b. $\frac{3}{13}$
 - c. $\frac{1}{4}$
 - d. $\frac{1}{2}$
4. Jika peluang hujan hari Sabtu adalah 40% dan peluang hujan hari Minggu adalah 60%, maka peluang akan hujan hari Sabtu atau hari Minggu adalah
 - a. 55%
 - b. 60%
 - c. 76%
 - d. 40%
5. Sebuah huruf dipilih dari kata SURABAYA. Maka $P(A)$ adalah
 - a. $\frac{1}{8}$
 - b. $\frac{3}{8}$
 - c. $\frac{5}{8}$
 - d. $\frac{7}{8}$

Jawablah soal berikut dengan benar.

6. Suatu hari Novan pergi ke rumah makan “Baru” dengan keluarganya.

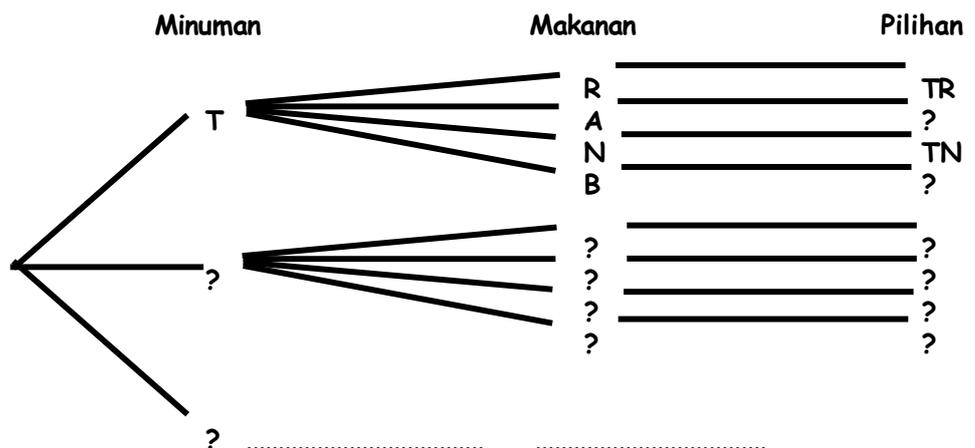
Rumah makan tersebut menyediakan 3 jenis minuman, yaitu teh, kopi, dan es sirup, 4 jenis makanan, yaitu nasi rames, nasi ayam, nasi kuning, dan nasi kebuli. Novan diminta ayahnya memesan satu makanan satu minuman.



- Ada berapa banyak pilihan yang dapat dipesan Novan?
- Lengkapi diagram pohon di bawah ini, untuk menentukan ruang sampel dari pemilihan ini!

Misalkan :

- T adalah kejadian minum teh
- K adalah kejadian minum kopi
- E adalah kejadian minum es sirup
- R adalah kejadian makan nasi rames
- A adalah kejadian makan nasi ayam
- N adalah kejadian makan nasi kuning
- B adalah kejadian makan nasi kebuli



7. Sebuah mata uang logam dan sebuah dadu dilambungkan bersama-sama. Susunlah ruang sampel hasil percobaan dalam format tabel sebagai berikut



		Mata dadu					
		1	2	3	4	5	6
Mata uang	A						
	G						

8. Gregor Mendel (1822-1884) adalah seorang yang terkenal dengan hukum keturunan, yaitu hukum Mendel. Mendel menyilangkan tanaman kacang polong biji hijau dan biji kuning. Dari 8023 percobaan penyilangan, diperoleh hasil 6022 kacang polong berbiji kuning dan kacang polong berbiji 2001 hijau. Berdasarkan data tersebut, tentukan peluang kejadian suatu kacang polong memiliki warna biji hijau!



Sumber <http://upload.wikimedia.org>

9. Tina melakukan percobaan dengan melambungkan 2 buah mata uang logam bersama-sama sebanyak 200 kali. Hasilnya dicatat seperti pada tabel di samping, yaitu A menyatakan angka dan G menyatakan gambar. Berapakah peluangnya bahwa pada lambungan berikutnya muncul dua sisi A?

Hasil yang mungkin	Banyaknya Kejadian
A G	110
AA	20
GG	70



10. Sekantong pin berisi 4 pin merah dan 6 pin kuning.

a. Secara acak Novan mengambil 1 pin. Berapakah peluangnya bahwa yang terambil pin merah atau $P(\text{merah})$?



b. Berapakah banyak pin merah harus ditambahkan ke dalam kantong itu sehingga $P(\text{merah})$ sama dengan $P(\text{kuning})$?



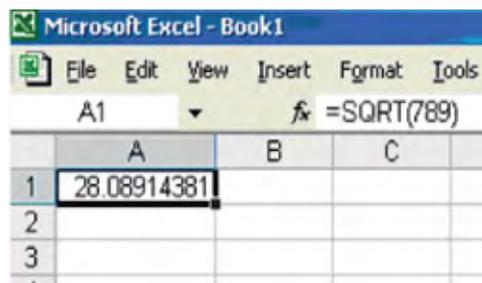
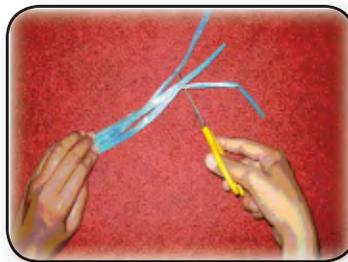
c. Setelah ditambah dengan pin merah seperti pada soal b, berapakah $P(\text{kuning})$?

Bab 5

Bilangan Berpangkat dan Bentuk Akar

Standar Kompetensi

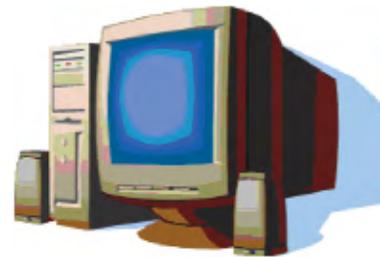
Memahami sifat-sifat bilangan berpangkat dan bentuk akar serta penggunaannya dalam memecahkan masalah sederhana



Microsoft Excel - Book1

	A	B	C
1	28.08914381		
2			
3			

Formula bar: =SQRT(789)



Kompetensi Dasar

- 5.1 Mengidentifikasi sifat-sifat bilangan berpangkat dan bentuk akar
- 5.2 Melakukan operasi aljabar yang melibatkan bilangan berpangkat dan bentuk akar
- 5.3 Memecahkan masalah sederhana yang berkaitan dengan bilangan berpangkat dan bentuk akar

5.1

Pangkat dan Akar

Apa yang akan kamu pelajari?

- Menjelaskan pengertian bilangan berpangkat dengan pangkat positif, negatif dan nol
- Mengubah pangkat positif menjadi negatif dan sebaliknya.
- Mengenal arti pangkat positif dan negatif
- Mengenal bentuk akar

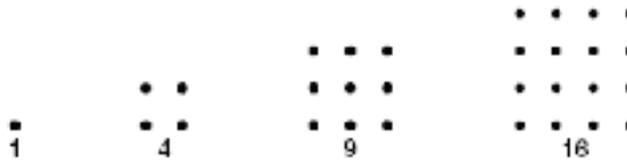
Kata Kunci

- Pangkat Positif
- Pangkat Negatif
- Pangkat Nol
- Bentuk akar



Pangkat Positif

Bilangan kuadrat sempurna seperti 1, 4, 9, dan 16 dapat dinyatakan dalam bentuk geometri seperti



Bilangan kuadrat sempurna adalah bilangan yang merupakan hasil kali dari suatu bilangan dengan dirinya sendiri. Sebagai contoh di atas 16 adalah bilangan kuadrat sempurna karena $16 = 4 \times 4$. Notasi 4×4 dapat dituliskan dalam bentuk pangkat. Bentuk pangkat ini menjelaskan pada kita berapa suatu bilangan yang kita sebut sebagai basis atau bilangan pokok digunakan sebagai faktor. Bilangan yang digunakan sebagai pangkat disebut eksponen atau pangkat.

Pernyataan 4×4 dituliskan sebagai 4^2 . Pada notasi, 4 menyatakan bilangan pokok atau basis, dan 2 menyatakan pangkat atau eksponen.

	Cara Membaca	Arti
4^1	4 pangkat satu	4
4^2	4 pangkat dua atau 4 kuadrat	4×4
4^3	4 pangkat tiga atau 4 kubik	$4 \times 4 \times 4$
4^4	4 pangkat empat	$4 \times 4 \times 4 \times 4$
4^n	4 pangkat n	$\underbrace{4 \times 4 \times 4 \times \dots \times 4}_n$ n faktor

Contoh 1

Tuliskan pernyataan berikut dalam bentuk eksponen

a. $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

Bilangan pokoknya adalah 2 dan faktornya adalah 5.

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5.$$

b. $m \times m \times m \times m$

Bilangan pokoknya adalah m dan faktornya adalah 4.

$$m \times m \times m \times m = m^4.$$

c. 7

Bilangan pokoknya adalah 7 dan faktornya adalah 1

$$7 = 7^1.$$

Informasi Aljabar

Apabila tidak ada eksponen yang dimunculkan, maka dapat disepakati sebagai pangkat 1. Sebagai contoh $10 = 10^1$.

Cek Pemahaman

a. $4 \times 4 \times 4 \times 4$

b. $b \times b \times b$

c. 10

Contoh 2

Tuliskan $(2)(2)(2)(-5)(-5)$ dalam bentuk eksponen.

Dengan menggunakan sifat asosiatif kita kelompokkan faktor dengan bilangan pokok yang sama sebagai berikut

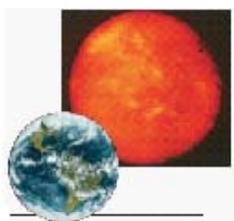
$$(2)(2)(2)(-5)(-5) = [(2)(2)(2)][(-5)(-5)] = 2^3(-5)^2.$$

Cek Pemahaman

Tuliskan $(-1)(-1)(-1)(-1)(3)(3)$ dalam bentuk eksponen.

Contoh 3

Sains



Sumber: www.algconcept.com

Jarak antara bumi dan matahari adalah sekitar 10^8 kilometer. Tuliskan bilangan ini sebagai pernyataan perkalian dan hitunglah hasilnya.

$$\begin{aligned} 10^8 &= 10 \cdot 10 \\ &= 100.000.000 \end{aligned}$$

Jarak antara bumi dan matahari adalah sekitar 100 juta kilometer

Budi berpendapat bahwa $(6n)^3$ adalah sama dengan $6n^3$. Dini berpendapat bahwa itu tidak sama? Jelaskan alasan kamu tentang pendapat dua orang ini!

Latihan 5.1.A

- Nyatakan dalam bentuk bilangan berpangkat
 - $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$
 - 8×32
 - $3,4 \times 3,4 \times 3,4 \times 3,4$
 - $n \times n \times n \times n \times n \times n$
- Berpikir kritis.** Misalkan kamu melakukan perpangkatan suatu bilangan dari pangkat negatif ke pangkat positif. Bilakah diperoleh hasil yang negatif? Bilakah hasilnya positif?
- Teori Bilangan.** Faktorisasi prima dari 360 bilangan adalah 2, 2, 2, 3, 3, dan 5. Tuliskan faktorisasi prima 360 dalam bentuk eksponen.
- Lengkapilah

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$$

$$= \frac{2 \times 2 \times \dots \times \dots}{3 \times 3 \times \dots \times \dots}$$

$$= \frac{2^{\dots}}{3^{\dots}}$$
- Tentukan nilai bentuk eksponen, bila $x = -2$, $y = 3$, $z = -1$, dan $w = 0,5$
 - x^5
 - $4y^4$
 - $3(y^3 + z)$
 - wx^3y
- Jika a dan b sebarang bilangan, $b \neq 0$, dan m bilangan bulat positif apakah bentuk sederhana $\left(\frac{a}{b}\right)^m$?
- Lengkapilah

$$(a \times b)^3 = (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b)$$

$$= (a \times a \times a) \times (\dots \times \dots \times \dots)$$

$$= a^{\dots} \times b^{\dots}$$

B

Pangkat Negatif

Tidak semua pangkat bernilai positif. Beberapa pangkat adalah bulat negatif. Perhatikan pola bilangan berikut untuk menemukan nilai 10^{-1} dan 10^{-2} . Dengan memperluas pola yang ada, maka hasil yang dapat diperoleh adalah $10^{-1} = \frac{1}{10}$ dan $10^{-2} = \frac{1}{10^2}$ atau $\frac{1}{100}$.

$$10^3 = 1000$$

$$10^2 = 100$$

$$10^1 = 10$$

$$10^0 = 1$$

$$10^{-1} = ?$$

$$10^{-2} = ?$$

Pada pola tersebut, apabila kamu kalikan bilangan pokok, pangkatnya naik satu. Sebagai contoh, $10^3 \times 10 = 10^4$. Sedangkan apabila kamu bagi dengan bilangan pokok, pangkatnya turun satu. Sebagai contoh, $10^{-2} \div 10 = 10^{-3}$.

**Pangkat
negatif**

Bilangan : $5^{-2} = \frac{1}{5^2}; \frac{1}{4^{-3}} = 4^3$

Simbol : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}; \frac{1}{a^{-n}} = a^n$

Contoh 4

Tuliskan 10^{-3} menggunakan pangkat positif. Kemudian tentukan nilainya.

$$\begin{aligned} 10^{-3} &= \frac{1}{10^3} \\ &= \frac{1}{1000} \text{ atau } 0,001 \end{aligned}$$

Cek Pemahaman

Tuliskan menggunakan pangkat positif. Kemudian tentukan nilainya.

a. 2^{-4}

b. 10^{-2}

c. 5^{-1}

Contoh 5

Sederhanakan pernyataan xy^{-2} .

$$xy^{-2} = x \cdot y^{-2}$$

$$= x \frac{1}{y^2}$$

$$= \frac{x}{y^2}$$

Pengelompokan bilangan berdasarkan pokok

Definisi pangkat negatif

Penyederhanaan

Cek Pemahaman

Sederhanakan pernyataan

a. $x^{-2}y^2$

b. $(-m)^{-2}n^2$

Contoh 6

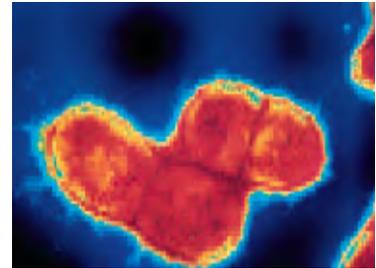
Bakteri *E.coli* memiliki lebar 10^{-3} milimeter. Jarum pentul memiliki diameter 1 milimeter. Berapa banyak bakteri *E.coli* yang dapat mengisi diameter jarum tersebut.

Untuk menentukan banyak bakteri, bagilah 1 dengan 10^{-3}

$$\frac{1}{10^{-3}} = 10^3$$

$$= 1000$$

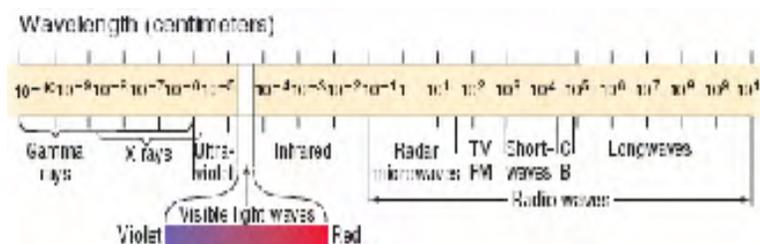
Jadi banyak bakteri yang dapat mengisi diameter jarum pentul adalah 1000 bakteri.



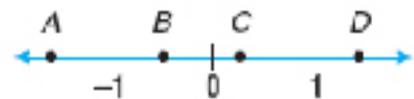
Sumber: Dit. PSMP;2006

Cek Pemahaman

Gambar di bawah ini menunjukkan spektrum gelombang elektromagnetik. Gelombang ultraviolet memiliki panjang 10^{-5} centimeter. Gelombang radio FM memiliki panjang 10^2 centimeter. Berapa kali panjang gelombang radio FM bila dituliskan dalam panjang gelombang ultraviolet?



- Ubahlah dalam pangkat negatif
 - $\frac{1}{3^2}$
 - $\frac{1}{a^5}$
 - $\frac{2}{p^3}$
 - $\frac{5}{x^4}$
- Ubahlah dalam pangkat positif
 - 2^{-4}
 - a^{-3}
 - $2p^{-5}$
 - $(3x)^{-6}$
- Dengan menggunakan arti bilangan berpangkat, sederhanakan pernyataan berikut
 - $(-2 \times 3)^{-5}$
 - $(3 \times 5)^{-2}$
 - $(p \times q)^{-4}$
 - $(x \times y)^5(3 \times 2)^{-3}$
 - $(a \times b)^{-2}$
 - $(x \times y)^{-5}$
- Elektronik.** Arus listrik yang mengalir dalam peralatan elektronik apabila diukur dapat berupa ampere, miliampere, atau mikroampere. Kata *mili* dan *mikro* berarti 10^{-3} dan 10^{-6} . Nyatakan dan dalam bentuk eksponen positif.
- Ubah bentuk-bentuk di bawah ini dalam pangkat negatif
 - $\frac{2}{3^4}$
 - $\frac{5}{a^4}$
 - $\frac{1}{3^4} \times \frac{1}{3^5}$
 - $\frac{1}{a^7} \times \frac{1}{a^4}$
 - $\left(\frac{2a}{b}\right)^2$
 - $\frac{1}{3a^5}$
- Fisika.** Cahaya tampak memiliki panjang gelombang antara 10^{-5} cm dan 10^{-4} cm. Nyatakan 10^{-5} dan 10^{-4} cm dalam eksponen positif, kemudian tentukan nilainya.
- Berpikir kritis.** Titik mana pada garis bilangan yang menunjukkan n^{-2} bila n adalah bilangan bulat positif.



C Pangkat Nol

Perhatikan pola bentuk pangkat berikut

$$2^3 = 8$$

$$2^2 = 4$$

$$2^1 = 2$$

Berapakah 2^0 ?

Pada ruas kiri dari atas ke bawah, pangkatnya berkurang satu. Pada ruas kanan dari atas ke bawah selalu dibagi 2. Hal yang sama untuk pola bilangan berikut

$$2^{-3} = \frac{1}{8}$$

$$2^{-2} = \frac{1}{4}$$

$$2^{-1} = \frac{1}{2}$$

Berapakah 2^0 ?

Pada ruas kiri dari atas ke bawah, pangkatnya bertambah satu dan ruas kanan dari atas ke bawah selalu dikali 2. Dengan demikian $2^0 = 1$.

Komunikasi

Berapakah 3^0 ? 5^0 ? a^0 ?

Secara umum dapat dinyatakan bahwa

Pangkat Nol

Bilangan : $5^0 = 1; 4^0 = 1$

Simbol : $a^0 = 1$, jika a tidak 0

Informasi

Istilah Pangkat 10					
Istilah	Pangkat 10	Arti	Istilah	Pangkat 10	Arti
tera	10^{12}	1.000.000.000.000	pico	10^{-12}	0,000000000001
giga	10^9	1.000.000.000	nano	10^{-9}	0,000000001
mega	10^6	1.000.000	micro	10^{-6}	0,000001
kilo	10^3	1.000	mili	10^{-3}	0,001



Bentuk Akar

Aulia mempunyai sehelai saputangan yang berbentuk persegi dengan luas 900 cm persegi. Supaya indah, Aulia akan menambahkan renda di tepi saputangan. Berapa panjang renda yang diperlukan Aulia?

Untuk membantu Aulia, kita harus tahu panjang sisi persegi agar kita dapat menghitung keliling saputangan tersebut.

Misal panjang sisi saputangan adalah n cm maka Aulia harus menentukan $n \times n = 900$. Dalam hal ini $n = 30$ karena $30 \times 30 = 900$ atau $30^2 = 900$.

Menentukan $n = 30$ berarti melakukan penarikan akar dari 900 dan ditulis sebagai $\sqrt{900} = 30$.

Dengan demikian Aulia harus menyediakan renda dengan panjang 4×30 cm = 120 cm.

Bentuk $\sqrt{900}$ dibaca “akar kuadrat dari 900”.

Akar Kuadrat

Jika a tidak negatif, \sqrt{a} adalah bilangan tidak negatif yang kuadratnya sama dengan a .

Simbol $\sqrt{\quad}$, disebut tanda akar, digunakan untuk menyimbolkan akar pangkat dua.

$$\sqrt{36} = 6$$

$$-\sqrt{36} = -6$$

Pada persoalan mencari rusuk suatu kubus bila volume diketahui, maka kita akan berhadapan dengan bentuk akar yang lain, yaitu akar pangkat tiga. Misalkan diketahui volume suatu kubus adalah 64 cm^3 , berapakah panjang rusuk kubus tersebut?

Misal panjang rusuk tersebut adalah p , maka volume kubus adalah

$$\begin{aligned} V &= p \times p \times p \\ &= p^3. \end{aligned}$$

Dengan demikian diperoleh $p^3 = 64$. Bagaimanakah kita memperoleh p ? Ingat bahwa $64 = 4^3$, dengan demikian $p = 4$.

Selanjutnya, bagaimana halnya apabila volume kubus tersebut adalah 45 cm^3 . Dapatkah kamu mencari panjang rusuknya? Pada persoalan terakhir kita dapatkan $p^3 = 45$, mengambil analogi dari akar kuadrat di atas, dapat kita tuliskan bahwa $p = \sqrt[3]{45}$ ($\sqrt[3]{}$ dibaca akar pangkat tiga).

Secara umum dapat kita tuliskan

Akar Pangkat n

1. Jika $a \geq 0$, maka $\sqrt[n]{a} = b$ jika dan hanya jika $b^n = a$ dan $b \geq 0$.
2. Jika $a < 0$, dan n ganjil, maka $\sqrt[n]{a} = b$ jika dan hanya jika $b^n = a$.

Contoh 5

Sederhanakan bentuk berikut

- $\sqrt{49}$

Karena $7^2 = 49$, maka $\sqrt{49} = 7$.

- $-\sqrt{64}$

Karena $8^2 = 64$, maka $-\sqrt{64} = -8$.

Cek Pemahaman

Sederhanakan bentuk berikut

a. $\sqrt{25}$

b. $\sqrt{121}$

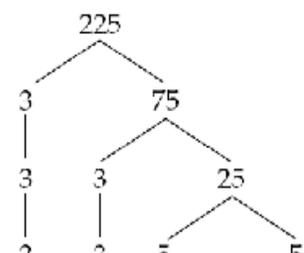
c. $-\sqrt{25}$

d. $-\sqrt{9}$

Bentuk akar adalah ekspresi yang memuat akar pangkat dua. Kamu dapat menyerhanakan bentuk akar seperti $\sqrt{225}$ dengan menggunakan bilangan prima.

Bilangan prima adalah bilangan cacah yang hanya memiliki dua faktor, bilangan 1 dan bilangan itu sendiri. **Bilangan komposit** adalah bilangan cacah yang memiliki lebih dari dua faktor. Setiap bilangan komposit dapat dituliskan sebagai hasil kali bilangan prima. Diagram pohon di samping menunjukkan cara untuk mencari faktor prima dari 225.

Apabila suatu bilangan dinyatakan sebagai hasil kali faktor prima, ekspresi tersebut disebut dengan **faktorisasi prima** dari bilangan tersebut.

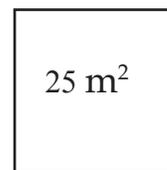


1. Sederhanakan
 - a. $5\sqrt{3} + 43 + 6\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$
 - b. $\sqrt{6} + \sqrt{54} - \sqrt{200}$
 - c. $2\sqrt{2a^3} + \sqrt{32a^3} - a\sqrt{18a}$
 - d. $(3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2})$
 - e. $(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$
 - f. $\sqrt{a^3b^2} \sqrt{a^4b^5}$

2. Sederhanakan
 - a. $-\sqrt{81}$ b. $\sqrt{100}$ c. $\sqrt{169}$ d. $\sqrt{\frac{81}{64}}$
 - e. $-\sqrt{\frac{9}{100}}$ f. $\sqrt{0,16}$ g. $-\sqrt{0,0025}$ h. $\sqrt{0,0009}$

3. **Berpikir kritis.** Benar atau salah $\sqrt{-36} = -6$.
Jelaskan pendapatmu.

4. Luas persegi adalah 25 meter persegi. Tentukan panjang sisi persegi tersebut.



5. Kecepatan air yang disemprotkan dari penyemprot pemadam kebakaran dinyatakan oleh $V = 12,14\sqrt{P}$, dengan V menyatakan kecepatan air dalam meter per detik dan P menyatakan tekanan pada ujung selang dalam kilogram per cm^2 . Tentukan kecepatan air pada ujung selang bila tekanan pada ujung selang 64 kg/cm^2 .



5.2

Operasi Bilangan Berpangkat

Apa yang akan kamu pelajari?

- Menyelesaikan operasi kali, bagi, tambah, kurang, dan pangkat pada bilangan berpangkat
- Menyelesaikan operasi yang melibatkan bentuk akar
- Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan bilangan berpangkat dan bentuk akar

Kata Kunci

- Merasionalkan penyebut

A Operasi pada Bilangan Berpangkat

Perpangkatan dapat dikalikan dan dibagi. Pada contoh di bawah, kita akan menggunakan perpangkatan 2 untuk menetapkan aturan perkalian perpangkatan. Tabel di bawah ini menyatakan perpangkatan dari 2 dan nilainya.

Pangkat dari 2	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6
Nilai	2	4	8	16	32	64

Selanjutnya perhatikan bahwa kita juga dapat memperoleh hasil perhitungan seperti yang diungkapkan pada tabel berikut

Hasil kali bilangan	$4 \times 2 = 8$	$4 \times 8 = 32$	$8 \times 8 = 64$
Hasil kali eksponen	$2^2 \times 2^1 = 2^3$	$2^2 \times 2^3 = 2^5$	$2^3 \times 2^3 = 2^6$

Contoh tersebut menyarankan bahwa kita dapat mengalikan perpangkatan dengan bilangan pokok sama yaitu dengan menjumlahkan eksponennya. Pikirkan tentang $a^2 \times a^3$.

$$\begin{aligned}
 a^2 \times a^3 &= (a \times a) \times (a \times a \times a) \\
 &= a \times a \times a \times a \times a \\
 &= a^5
 \end{aligned}$$

Cek Pemahaman

Lengkapilah

$$\begin{aligned}
 5^2 \times 5^3 &= (5 \times 5) \times (5 \times 5 \times 5) \\
 &= 5 \times 5 \times \dots \times \dots \times \dots \\
 &= 5^{\dots}
 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan arti bilangan berpangkat sederhanakan

- a. $3^4 \times 3^3$
- b. $(-2)^3 \times (-2)^4$
- c. $b^2 \times b^5$
- d. $3^{-2} \times 3^{-3}$
- e. $(-5)^{-4} \times (-5)^{-2}$
- f. $a^{-3} \times a^{-6}$

Hasil diskusi di atas dapat kita rangkum sebagai berikut.

Hasil kali Perpangkatan

Kalimat: Hasil kali dua bilangan berpangkat dengan bilangan pokok sama adalah bilangan dengan menambahkan eksponennya.

Bilangan : $3^3 \times 3^2 = 3^{3+2} = 3^5$

Simbol : $a^m \times a^n = a^{m+n}$ dengan $a \geq 0$.

Contoh 1

Sederhanakan bilangan berpangkat berikut

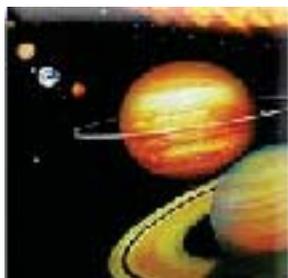
- $4^3 \times 4^5$
 $4^3 \times 4^5 = 4^{3+5}$
 $= 4^8$
Untuk mengalikan bilangan berpangkat dengan bilangan pokok sama, tuliskan bilangan pokoknya dan tambahkan eksponennya.
- $x^3 \times x^4$
 $x^3 \times x^4 = x^{3+4}$
 $= x^7$
Untuk mengalikan bilangan berpangkat dengan bilangan pokok sama, tuliskan bilangan pokoknya dan tambahkan eksponennya.

Cek Pemahaman

Dengan menggunakan arti bilangan berpangkat sederhanakan

- a. $3^4 \times 3^3$
- b. $(-2)^3 \times (-2)^4$
- c. $b^2 \times b^5$
- d. $3^{-2} \times 3^{-3}$
- e. $(-5)^{-4} \times (-5)^{-2}$
- f. $a^{-3} \times a^{-6}$

Ilmu Bumi



Pada jarak 10^7 meter dari permukaan bumi, suatu satelit buatan dapat melihat hampir semua bagian dari planet. Pada jarak 10^{13} meter, satelit tersebut dapat melihat semua sistem tata surya kita. Berapa kali jarak meter apabila dinyatakan dalam meter?

Selanjutnya kita akan menggunakan perpangkatan 2 di atas untuk mendiskusikan hasil bagi dari dua bilangan berpangkat. Perhatikan tabel berikut, apa yang dapat kamu catat dari tabel berikut

Hasil bagi bilangan	$16 : 8 = 2$	$32 : 4 = 8$	$64 : 2 = 32$
Hasil bagi eksponen	$2^4 : 2^3 = 2^1$	$2^5 : 2^2 = 2^3$	$2^6 : 2^1 = 2^5$

Contoh ini menunjukkan bahwa kita dapat membagi dua bilangan berpangkat dengan bilangan pokok sama, hanya dengan mengurangi eksponennya. Sekarang pikirkan tentang $a^5 : a^2$, ingat bahwa kamu dapat menuliskan pembagian sebagai bentuk pecahan.

Hasil diskusi tersebut kita rangkum sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \frac{a^5}{a^2} &= \frac{a \times a \times a \times a \times a}{a \times a} \\ &= \frac{a^1 \times a^1 \times a \times a \times a}{a^1 \times a^1} \\ &= a \times a \times a \\ &= a^3 \end{aligned}$$

a^5 memiliki lima faktor, a^2 memiliki dua faktor

Ingat bahwa $\frac{a \times a}{a \times a} = 1$ memiliki dua faktor

Hasil bagi memiliki faktor $(5 - 2)$ atau 3.

Penulisan eksponen

Hasil bagi
Perpangkatan

Kalimat : Hasil dua bilangan berpangkatan dengan bilangan pokok sama adalah dengan mengurangi eksponennya.

Bilangan : $5^7 : 5^4 = 5^{7-4} = 5^3$

Simbol : $a^m : a^n = a^{m-n}$.

Contoh 2

Sederhanakan bilangan berpangkat berikut

$$1. \quad \frac{4^3}{4^2} = 4^{3-2} = 4^1 \text{ atau } 4$$

$$2. \quad \frac{x^6}{x^4} = \frac{x^6}{x^4} = x^{6-4} = x^2$$

Cek Pemahaman

1. Lengkapilah

$$\frac{2^5}{2^2} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{\dots \times \dots \times \dots} = 2^{\dots}$$

2. Dengan menggunakan arti bilangan berpangkat, sederhanakan:

a. $\frac{3^5}{3^2}$

b. $\frac{(-2)^6}{(-2)^3}$

c. $\frac{c^2}{c^5}$

d. $\frac{(-2)^{-6}}{(-2)^{-4}}$

e. $\frac{x^{-4}}{x^{-3}}$

f. $\frac{a^{-5}}{a^{-6}}$

Sekarang kita akan mendiskusikan perpangkatan dari bilangan berpangkat, tetap dengan menggunakan tabel perpangkatan 2 pada halaman 136. Perhatikan uraian berikut! Apa yang dapat kamu catat?

Pangkat bilangan	$(4)^3 = 64$	$(2)^4 = 16$	$(8)^2 = 64$
Pangkat eksponen	$(2^1)^2 = 2^2 \times 2^2 \times 2^2 = 2^{2 \times 3} = 2^6$	$(2^1)^4 = 2^1 \times 2^1 \times 2^1 \times 2^1 = 2^{1 \times 4} = 2^4$	$(2^3)^2 = 2^3 \times 2^3 = 2^{3 \times 2} = 2^6$

Contoh ini menunjukkan bahwa kita dapat memangkatkan bilangan berpangkat dengan bilangan pokok sama, hanya dengan mengalikan eksponennya. Sekarang pikirkan tentang $(a^5)^3$. Perhatikan uraian berikut.

$$\begin{aligned}(a^5)^3 &= a^5 \times a^5 \times a^5 \\ &= a \times a \times a \times a \times a \times \\ &= a^5\end{aligned}$$

$(a^5)^3$ memiliki tiga faktor a^5
 a^5 memiliki dua faktor a
 Penyederhanaan

Pangkat Eksponen

Kalimat : Pangkat dari suatu bilangan berpangkat adalah sama dengan bilangan berpangkat dengan eksponen dikalikan.

Bilangan : $(5^7)^4 = 5^{7 \times 4}$ atau 5^{28}

Simbol : $(a^m)^n = a^{m \times n}$

Contoh 3

Sederhanakan bilangan berpangkat berikut $(7^8)^4$.

$$\begin{aligned}(7^8)^4 &= 7^{8 \times 4} \\ &= 7^{32}\end{aligned}$$

Cek Pemahaman

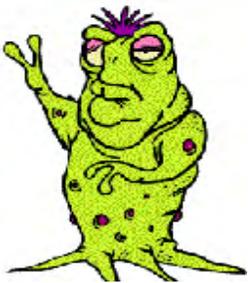
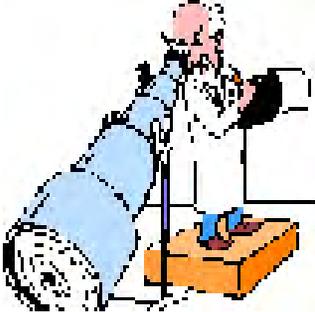
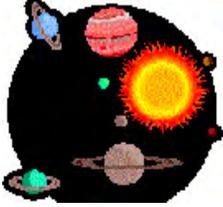
1. Lengkapilah

$$\begin{aligned}(3^2)^3 &= 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \\ &= (3 \times 3) \times (\dots \times \dots) \times (\dots \dots) \\ &= 3^{\dots}\end{aligned}$$

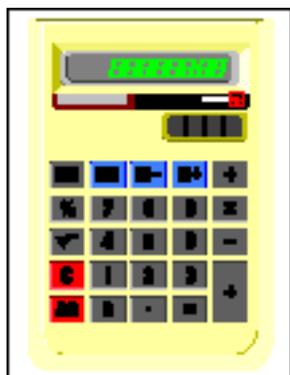
2. Dengan menggunakan arti bilangan berpangkat, sederhanakan:

- | | |
|-----------------|--|
| a. $(2^3)^4$ | b. $((-3)^2)^5$ |
| c. $(c^2)^4$ | d. $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^3\right)^2$ |
| e. $(c^{-5})^2$ | f. $(a^{-3})^{-1}$ |

3. Jika a sebarang bilangan dan m, n bilangan bulat, apakah bentuk sederhana dari $(a^m)^n$

1. **Berpikir kritis.** Jelaskan mengapa $a^4 \times a^7$ dapat disederhanakan tetapi $a^4 \times b^7$ tidak dapat?
2. Budi mengatakan $10^3 \times 10^2 = 100^2$, tetapi Mirna mengatakan $10^3 \times 10^2 = 10^5$. Mana yang benar? Jelaskan alasanmu.
3. Panjang suatu persegi adalah $5x$ dan lebarnya adalah $3x$. Tentukan luas persegi tersebut.
4. Mama Pizza menggunakan kotak persegi untuk membungkus pizzanya. Gambar di samping menunjukkan pizza dengan jari-jari r terletak pada kotak. Berapakah luas alas kotak pembungkus pizza tersebut? 
5. Panjang virus yang menyebabkan AIDS adalah 0,00011 milimeter. Tuliskan panjang virus dalam notasi eksponen. 
6. Petugas laboratorium melihat bakteri dengan menggunakan mikroskop. Suatu mikroskop diputar pada skala 1000 kali untuk melihat organisma menjadi 1000 kali lebih besar dari ukurannya. Kebanyakan bakteri memiliki diameter dengan ukuran antara 3×10^{-4} dan 2×10^{-3} milimeter. Berapa besar bakteri akan muncul pada mikroskop bila diputar pada skala 1000x. 
7. Diameter Venus adalah $1,218 \times 10^4$ km, diameter Bumi $1,276 \times 10^4$ km, dan diameter Mars adalah $6,76 \times 10^3$ km. Urutkan planet-planet tersebut dalam urutan terbesar berdasarkan diameternya. 

Menggunakan Kalkulator



Untuk menghitung nilai bilangan berpangkat dapat digunakan kalkulator. Kalkulator jenis scientific biasanya memuat tombol  untuk menentukan nilai x^y atau tombol  untuk menentukan akar pangkat dua.

Contoh 1

Hitunglah $3,45^6$

Jawab:

Tekan tombol



akan menghasilkan nilai

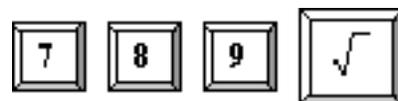
1686.221298140625

Contoh 2

Hitunglah $\sqrt{789}$

Jawab:

Tekan tombol



akan menghasilkan nilai

28.089143810376278537410115784912

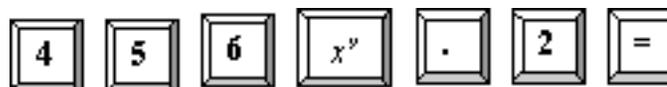
Contoh 3

Hitunglah $\sqrt[5]{456}$

Jawab:

$$\sqrt[5]{456} = 456^{\frac{1}{5}} = 456^{0,2}$$

Tekan tombol



akan menghasilkan nilai

3.4024595321284907652092505444728

Menggunakan Komputer



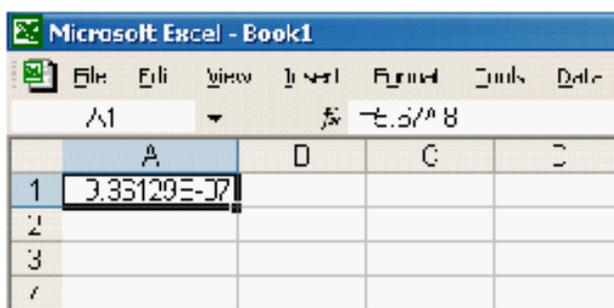
Beberapa software komputer dapat digunakan untuk menghitung nilai bilangan berpangkat, diantaranya Microsoft Excel.

Contoh 4

Hitunglah $5,67^{-8}$

Jawab:

Pada salah satu sel ketiklah: **=5.67^-8** atau **=POWER(5.67,-8)**



The screenshot shows the Microsoft Excel interface. The formula bar contains the formula `=5.67^-8`. The active cell (A1) displays the result `3.36129E-07`.

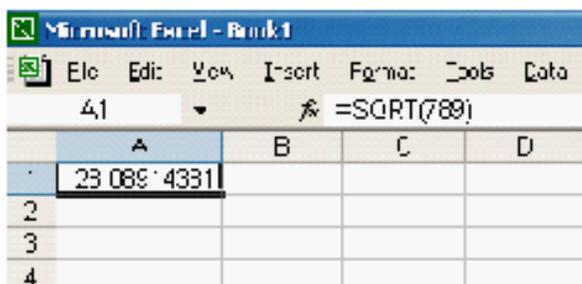
Hasil `9.36129E-07` berarti

$$9,36129 \times 10^{-7} = 0,000000736129$$

Hitunglah $\sqrt{789}$

Jawab:

Pada salah satu sel ketiklah: **=SQRT(789)**

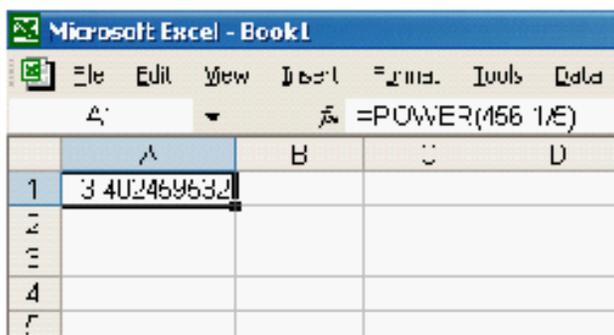


The screenshot shows the Microsoft Excel interface. The formula bar contains the formula `=SQRT(789)`. The active cell (A1) displays the result `28.0894331`.

Hitunglah $\sqrt[5]{456}$

Jawab: $\sqrt[5]{456} = 456^{\frac{1}{5}} = 456^{0,2}$

Pada salah satu sel ketiklah: **=POWER(456,1/5)**



The screenshot shows the Microsoft Excel interface. The formula bar contains the formula `=POWER(456,1/5)`. The active cell (A1) displays the result `3.402469632`.

B**Pangkat Pecahan**

Perhatikan perkalian berikut

$$\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2.$$

Pada bagian sebelumnya kita sudah belajar tentang bilangan berpangkat, apakah perkalian tersebut dapat dipikirkan sebagai perkalian bilangan berpangkat?

Misalkan kita nyatakan perkalian di atas sebagai

$$2^p \times 2^p = 2^1.$$

Sesuai aturan sifat perkalian bilangan berpangkat di atas, kita nyatakan sebagai

$$\begin{aligned} 2^p \times 2^p &= 2^{p+p} \\ &= 2^{2p} = 2^1 \end{aligned}$$

Ini berarti $2p = 1$, atau $p = \frac{1}{2}$.

Dengan demikian dapat dinyatakan bahwa $\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$.

Dapat kita rangkum diskusi kita sebagai berikut

Pangkat

pecahan $\frac{1}{2}$

Kalimat : Akar kuadrat dari suatu bilangan adalah bilangan berpangkat dengan eksponen $\frac{1}{2}$.

Bilangan : $\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}$

Simbol : $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$

Contoh 4

Sederhanakan $\sqrt{75}$ dalam bentuk bilangan berpangkat

$$\begin{aligned} \sqrt{75} &= \sqrt{5 \times 5 \times 3} \\ &= \sqrt{25 \times 3} \\ &= \sqrt{25} \times \sqrt{3} \\ &= 5\sqrt{3} \\ &= 5 \times 3^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

Faktorisasi prima dari 75

$$5 \times 5 = 25$$

Sifat perkalian akar

Penyederhanaan dari $\sqrt{25}$

Bentuk eksponen $\sqrt{3}$

Cek Pemahaman

Sederhanakan bilangan berikut dalam bentuk bilangan berpangkat

a. $\sqrt{68}$

b. $\sqrt{375}$

C Operasi pada Bentuk Aljabar

Kita sudah mendiskusikan perubahan bentuk akar menjadi bentuk eksponen, selain itu pada bagian sebelumnya kita juga sudah membahas operasi pada bilangan berpangkat. Kedua hal tersebut apabila dikombinasikan akan menghasilkan sifat berikut

Operasi
Pangkat
Pecahan

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$$

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

Cek Pemahaman

Sederhanakan bentuk akar berikut dengan sifat di atas.

- a. $(\sqrt{3})^2$ b. $(\sqrt[3]{4^2})^3$ c. $(2\sqrt[4]{3^3})^2$ d. $(3\sqrt[3]{a^2})^6$
 e. $(2\sqrt[4]{x^2})^6$ f. $(\sqrt[n]{a^m})^k$,

jika $a > 0$, m , n bilangan bulat positif

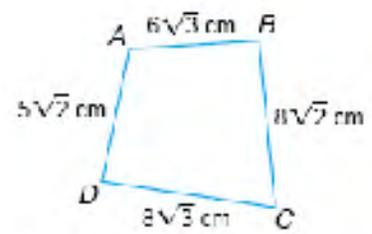
Berpikir kritis. Apakah pernyataan $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ benar untuk a dan b negatif? Jelaskan alasanmu.

Untuk mencari keliling bangun segi empat disamping, kamu perlu untuk menjumlahkan bentuk akar.

Bentuk akar yang memiliki bilangan di bawah tanda akar yang sama dapat dioperasikan, baik penjumlahan maupun pengurangan.

Keliling segi empat tersebut adalah

$$\begin{aligned} 6\sqrt{3} + 8\sqrt{2} + 8\sqrt{3} + 5\sqrt{2} &= (6\sqrt{3} + 8\sqrt{3}) + (8\sqrt{2} + 5\sqrt{2}) \\ &= (6+8)\sqrt{3} + (8+5)\sqrt{2} \\ &= 14\sqrt{3} + 13\sqrt{2} \end{aligned}$$



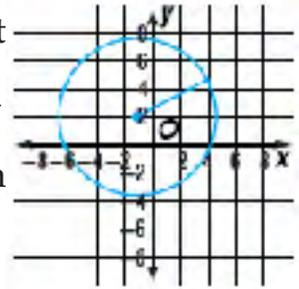
Sifat asosiatif
Sifat distributif

Cek Pemahaman

Sederhanakan bentuk akar berikut

- a. $8\sqrt{6} + 3\sqrt{6}$ b. $4\sqrt{3} + 7\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$ c. $5\sqrt{2} - 12\sqrt{2}$
 d. $3\sqrt{13} - 2\sqrt{13} - 6\sqrt{13}$

1. Sederhanakan bilangan berikut dalam bentuk bilangan berpangkat
 a. $\sqrt{288}$ b. $\sqrt[3]{125}$ c. $\sqrt[4]{64}$ d. $\sqrt{212}$
2. Nyatakan bilangan berikut dalam bentuk akar tunggal
 a. $2\sqrt{5}$ b. $8\sqrt[3]{25}$ c. $2 \times 3^{\frac{2}{3}}$ d. $\sqrt{2}\sqrt[3]{5}$
3. Sederhanakan bentuk akar berikut
 a. $7\sqrt{6} + 4\sqrt{6}$ b. $4\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$
 c. $8\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 7\sqrt{3}$ d. $2\sqrt{50} - 4\sqrt{32}$
4. **Komunikasi.** Sebutkan, apakah 9 dekat dengan $\sqrt{79}$ atau $\sqrt{89}$?
5. **Geometri.** Jari-jari lingkaran adalah $\sqrt{32}$ satuan. Nyatakan jari-jari tersebut dalam bentuk sederhana.



D Merasionalkan Penyebut Bentuk Akar

Kalian sudah memahami bahwa $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$ adalah bilangan irrasional. Demikian juga $\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\frac{1}{\sqrt{3}}$, $\frac{1}{\sqrt{5}}$, $\frac{1}{\sqrt{7}}$ merupakan bilangan irrasional. Penyebut dari pecahan-pecahan tersebut dapat diubah menjadi bilangan rasional, dan pengubahan ini disebut *merasionalkan bentuk akar*.

Contoh 6

Rasionalkan bentuk akar $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Jawab:

$$\begin{aligned}
 \text{a. } \frac{1}{\sqrt{2}} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \quad (\text{pembilang dan penyebut dikalikan } \sqrt{2}) \\
 &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4}} \\
 &= \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ atau } \frac{1}{2}\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

Cek Pemahaman

Rasionalkan bentuk akar

a. $\frac{2}{\sqrt{7}}$ b. $\frac{3}{2\sqrt{3}}$ c. $\frac{2}{5\sqrt{8}}$

Binomial yang berbentuk $a\sqrt{b}+c\sqrt{d}$ dan $a\sqrt{b}-c\sqrt{d}$ adalah saling **konjugate** satu sama lain, karena hasil kali keduanya adalah bilangan rasional.

$$\begin{aligned}(6+\sqrt{3})(6-\sqrt{3}) &= 6^2 - (\sqrt{3})^2 \\ &= 36 - 3 \\ &= 33\end{aligned}$$

Gunakan pola $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Contoh 7

Sederhanakan $\frac{6}{3-\sqrt{2}}$.

Untuk merasionalkan penyebut, kalikan pembagi dan penyebut dengan $3+\sqrt{2}$, yaitu konjugate dari $3-\sqrt{2}$.

$$\begin{aligned}\frac{6}{3-\sqrt{2}} &= \frac{6}{3-\sqrt{2}} \times \frac{3+\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}} \\ &= \frac{6(3)+6\sqrt{2}}{3^2-(\sqrt{2})^2} \\ &= \frac{18+6\sqrt{2}}{9-2} \\ &= \frac{18+6\sqrt{2}}{7}\end{aligned}$$

Ingat bahwa $\frac{3+\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}} = 1$

Cek Pemahaman

Sederhanakan bentuk berikut

a. $\frac{3}{3-\sqrt{5}}$ b. $\frac{4}{5+\sqrt{6}}$ c. $\frac{-3}{2-\sqrt{3}}$

1. **Komunikasi.** Herman mengatakan bahwa bentuk sederhana dari $\frac{2}{3+\sqrt{5}}$ adalah $\frac{6-2\sqrt{5}}{4}$. Tuti tidak setuju, dia berpendapat bentuknya adalah $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$. Siapakah yang benar? Jelaskan jawabanmu!

2. Tuliskan bentuk sederhana dari bentuk akar berikut

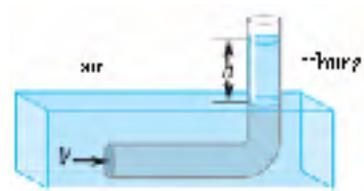
a. $\frac{2}{4-\sqrt{3}}$

b. $\frac{5}{3+\sqrt{2}}$

c. $\frac{4}{6-\sqrt{7}}$

3. **Ilmu Pengetahuan Alam.**

Tabung berbentuk L seperti yang ditunjukkan gambar digunakan untuk mengukur kecepatan V dari air di sungai dalam mil perjam. Dengan menggunakan rumus $V = \sqrt{2,5h}$ dengan h menyatakan ketinggian dalam inch lajur air di atas permukaan.



- Misalkan tabung diletakkan di sungai dan ketinggian lajur air adalah 4,8 inch. Berapakah kecepatan air?
- Berapa ketinggian h dari lajur air agar kecepatannya 5 mil perjam?

Refleksi

1. Apakah $(ab)^n$ sama dengan ab^n ? Bagaimana menurut kamu?
2. Mana yang lebih besar 10^3 dengan 3^{10} ?
3. Mana yang benar $\sqrt{16} = \pm 4$ atau $\sqrt{16} = 4$? Berikan alasanmu.
4. Apakah $0^0 = 1$? Bagaimana menurutmu?
5. Apakah 2×3^{-2} sama dengan $(2 \times 3)^{-3}$?
6. Apakah benar $(a^2)^2$ sama dengan a^2 ? Kenapa terjadi seperti itu?
7. Apakah $(2 \times 3)^5$ sama dengan 6^5 ?
8. Apakah $4\sqrt[3]{5}$ sama dengan $2^2 5^{-3}$?

Rangkuman

1. Notasi a^n mempunyai arti $\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n_{\text{faktor}}}$.
2. Notasi a^{-n} mempunyai arti $\frac{1}{a^n}$.
3. $a^0 = 1$ untuk sebarang bilangan kecuali 0.
4. $\sqrt{a} = b$; dengan $a = b \times b$.
5. Jika $a \geq 0$, maka $\sqrt[n]{a} = b$ jika dan hanya jika $b^n = a$ dan $b \geq 0$.
6. Jika $a < 0$ dan n ganjil, maka $\sqrt[n]{a} = b$ jika dan hanya jika $b^n = a$.
7. $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$; dengan $a \geq 0, b \geq 0$.
Jika m dan n bilangan bulat, dan a, b sebarang bilangan maka berlaku sifat-sifat berikut.
8. $a^m \times a^n = a^{m+n}$
9. $(a^m)^n = a^{m \times n}$
10. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, a \neq 0$
11. $(a \times b)^n = a^n \times b^n$

12. a. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$, $b \neq 0$
13. $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$
14. $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$, untuk $a \geq 0$, untuk $a < 0$
maka n harus ganjil.
15. a) $\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$; b) $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

Evaluasi Mandiri

Pilihlah jawaban yang paling benar dengan memberi tanda silang (X) pada pilihan yang diberikan.

- Bentuk bilangan berpangkat yang sesuai dengan perkalian $(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$ adalah...
 - 3^5
 - $2^{\frac{1}{4}}$
 - $(-3)^5$
 - $(3)^5$
- Nilai (p, n) yang memenuhi persamaan $\sqrt{p}\sqrt{16^n} = \sqrt{32}$ adalah ...
 - $(2, 1)$
 - $(-2, 1)$
 - $(1, 2)$
 - $(1, -2)$
- Bentuk sederhana dari $\left(\frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x^3}}\right)^{-6}$ adalah
 - x^{-13}
 - x^{-5}
 - x^{13}
 - x^5
- Bentuk penyebut rasional dari $\left(\frac{1}{3\sqrt{2}+4}\right)$ adalah
 - $\frac{3}{2}(\sqrt{2}-2)$
 - $\frac{3}{2}\sqrt{2}-2$
 - $\frac{3}{2}(\sqrt{2}-4)$
 - $\frac{3}{2}\sqrt{2}-4$
- Bentuk sederhana dari $(x+1)^{-2}(x+1)^3$ adalah
 - $(x+1)^{-1}$
 - $(x+1)^2$
 - $(x+1)$
 - $(x+1)^{-2}$

Jawablah soal berikut dengan benar.

6. Jika $x > 0$ dan $x \neq 1$ memenuhi $\frac{x}{\sqrt[3]{x}\sqrt[3]{x}} = xp$, tentukan nilai p .
7. **Teori Bilangan.** Faktorisasi prima dari suatu bilangan adalah $2 \cdot 3^5$. Tentukan bilangan tersebut.
8. Jika a , b , dan c sebarang bilangan dan tidak nol, sederhanakan
a. $(2a^3)^4$ b. $(4a^5b^2)^2 \times (2a^3b^{-5})^5$ c. $(-8(2c)^{-3})^4$ d. $\frac{a^3b^4c^5}{a^5b^2c^4}$
9. **Penalaran.** Apakah $a^n \times b^m = (ab)^{n+m}$?
Jika ya beri alasan. Jika tidak beri contoh.
10. **Penalaran.** Mengapa $\sqrt[n]{p}$ tidak terdefinisi jika n genap dan $p < 0$?

Bab 6

Barisan dan Deret

Standar Kompetensi

Memahami sifat-sifat bilangan berpangkat dan bentuk akar serta penggunaannya dalam memecahkan masalah sederhana



Kompetensi Dasar

- 6.1 Menentukan pola barisan bilangan sederhana
- 6.2 Menentukan suku ke- n barisan aritmatika dan barisan geometri
- 6.3 Menentukan jumlah n suku pertama deret aritmatika dan deret geometri
- 6.4 Memecahkan masalah yang berkaitan dengan barisan dan deret

Apa yang akan kamu pelajari?

- Pola bilangan ganjil dan genap.
- Pola bilangan persegi, segitiga dan persegipanjang.
- Pola bilangan pada Segitiga Pascal.

Kata Kunci:

- Pola
- Pola Bilangan Ganjil.
- Pola Bilangan Genap.
- Pola Bilangan Persegi.
- Pola Bilangan Segitiga.
- Pola Bilangan Persegipanjang.
- Pola Bilangan Segitiga Pascal.

A *Pola Bilangan Genap dan Bilangan Ganjil*

Sebelum kita belajar lebih jauh, untuk mendalami pola bilangan lakukan kegiatan berikut ini.

Bahan : Satu lembar kertas.

1. Lipatlah satu lembar kertas (berbentuk persegipanjang) sehingga menjadi 2 bagian yang sama. Guntinglah menurut lipatan tersebut. Ada berapa banyak potongan kertas?
2. Susunlah semua potongan kertas tersebut sehingga saling menutup. Lipatlah susunan kertas tersebut menjadi 2 bagian yang sama, kemudian guntinglah menurut lipatan tersebut. Ada berapa banyak potongan kertas sekarang? Catatlah banyaknya potongan kertas yang terjadi pada tabel di bawah.
3. Lakukan kegiatan tersebut sampai 6 kali.

Banyak lipatan kertas	1	2	3	4	5	6
Banyak potongan kertas	2	4	8

Diskusi 1

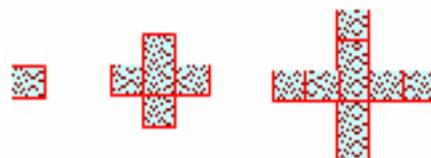
Diskusikan dengan temanmu untuk menjawab pertanyaan berikut ini.

- Apakah banyaknya lembaran kertas yang terjadi mempunyai keteraturan? Jika ya, jelaskan keteraturannya!
- Apakah dapat ditentukan banyaknya lembaran kertas yang terjadi, jika dilipat sebanyak 8 kali seperti cara di atas? Berapakah banyaknya lembar kertas itu?

Banyaknya lembaran kertas yang terjadi, jika dilipat dengan cara di atas membentuk *pola*. 2, 4, 8, ... merupakan salah satu contoh pola bilangan. Isilah tiga bilangan berikutnya dan tanda titik tiga

Diskusi 2

- Perhatikan tiga rangkaian pola berikut.



- Gambarlah rangkaian keempat dan kelima.
- Berapakah banyaknya persegi yang diarsir pada rangkaian keempat dan kelima?
- Bayangkan rangkaian keenam. Jelaskan rancangan itu menurut kalimatmu.

Kamu dapat membentuk pola bilangan dari gambar di atas, yaitu 1, 5, 9, ...

1 merupakan *suku pertama*,

5 merupakan *suku kedua*,

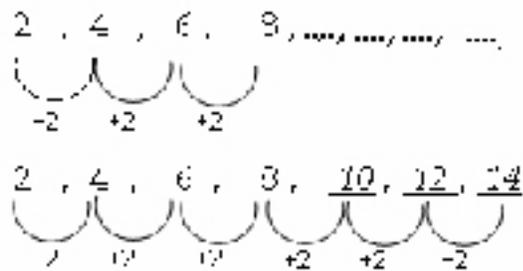
9 merupakan *suku ketiga*, dan seterusnya.

Untuk menentukan bilangan pada suku tertentu harus diketahui dahulu *aturan* yang digunakan untuk mendapatkan bilangan pada suku berikutnya.

- Perhatikan pola bilangan 2, 4, 6, 8, ...

Tentukan bilangan-bilangan pada ketiga suku berikutnya! Bagaimana aturan untuk mendapatkan suku berikutnya?

3. Untuk mencari ketiga suku berikutnya pada soal berikut dicari dengan cara berikut.



Jadi tiga suku berikutnya adalah 10, 12, dan 14.

Aturannya adalah *dimulai dengan bilangan 2 dan suku-suku berikutnya didapat dengan menjumlahkan suku sebelumnya dengan 2.*

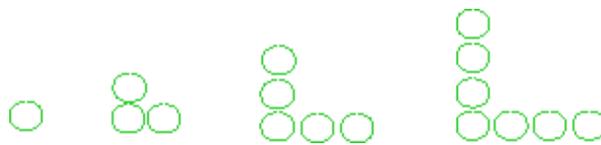
Coba kamu menemukan **cara lain (caramu sendiri)** selain dengan cara di atas. Tuliskan aturanmu itu!

4. Perhatikan pola bilangan 1, 3, 9, 27, ... Berapakah bilangan pada ketiga suku berikutnya? Tulislah aturan untuk

Diskusi 3

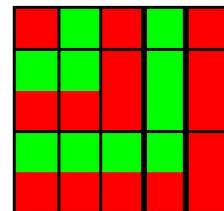
Pola Bilangan Ganjil

1. Perhatikan gambar noktah-noktah berikut.

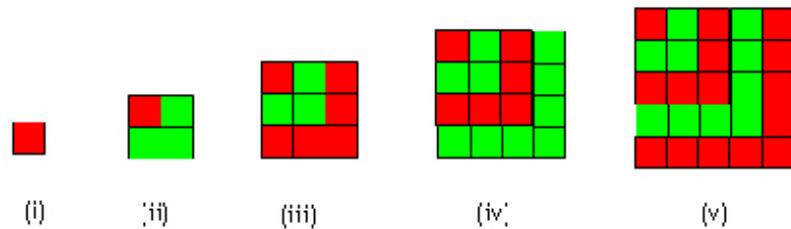


- Apakah gambar di atas membentuk suatu pola? Jelaskan!
- Hubungkan masing-masing pola di atas dengan suatu bilangan yang ditunjukkan dengan banyaknya noktah dalam pola itu. Pola bilangan apakah yang kalian dapat? Jelaskan!

2. Perhatikan gambar persegi di samping. Apakah antara persegi yang *berwarna merah* (berwarna gelap) dengan yang *berwarna hijau* (berwarna terang) membentuk pola bilangan yang sama dengan pola pada Masalah 1? Jelaskan!



3. Selanjutnya, kita bandingkan jumlah bilangan-bilangan ganjil terhadap luas persegi berikut ini.



Dari pola-pola di atas dapat kita buat tabel berikut ini.

Pola	Penjumlahan Bilangan Ganjil	Banyaknya Bilangan	Luas persegi
(i)	$1 = 1$	1	$1 \times 1 = 1$
(ii)	$1 + 3 = 4$	2	$2 \times 2 = 4$
(iii)	$1 + 3 + 5 = 9$	3	$3 \times 3 = 9$
(iv)	$1 + 3 + 5 + 7 = 16$	4	$4 \times 4 = 16$
(v)	$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$	5	$5 \times 5 = 25$

Bagaimanakah hubungan antara hasil penjumlahan bilangan-bilangan yang pertama dan terurut ganjil dengan luas persegi?

Dengan demikian, bagaimanakah rumus jumlah dari n bilangan ganjil yang pertama?

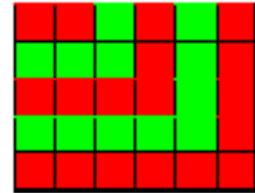
Diskusi 2

Pola Bilangan Genap

Perhatikan gambar berikut.



- Hubungkan masing-masing pola di atas dengan suatu bilangan yang ditunjukkan dengan banyaknya noktah. Pola bilangan apakah yang kamu dapat? Jelaskan.
- Apakah gambar di samping menunjukkan pola bilangan genap? Jelaskan!
- Buatlah tabel yang menyatakan hubungan antara hasil penjumlahan bilangan genap dengan luas persegi-panjang, seperti penjelasan pada pola bilangan ganjil.
- Bagaimanakah hubungan antara hasil penjumlahan bilangan genap dengan luas persegipanjang?



B Pola Bilangan Segitiga

Pernahkah kamu menjumpai “pemandu sorak (cheerleader)” melakukan atraksinya dalam suatu pertandingan olahraga (misalnya basket)? Seringkali dalam atraksinya mereka membentuk piramida manusia, yaitu saling berdiri di antara pemain-pemainnya, sehingga pada puncaknya hanya berdiri seorang saja. Pada gambar di samping bawah ini dianggap bahwa piramida manusia tersebut belum mencapai puncak.

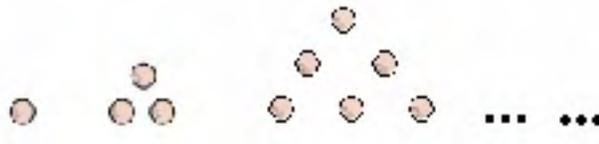


Sumber: google.com

Piramida manusia tertinggi pernah dibuat pada tahun 1981 di Spanyol. Tingginya adalah 9 tingkat. Bagaimana cara mereka membuat piramida itu? Lakukan kegiatan berikut.

Diskusi 3

- Apakah piramida manusia itu berbentuk limas? Sebutkan bentuk yang tepat untuk menjelaskannya!
- Berapa banyak orang bila tingginya 2 tingkat, dan 3 tingkat?
- Misalkan satu orang dalam piramida tersebut digambarkan dengan tanda “○” pada suatu piramida. Gambarlah pola banyaknya orang dalam piramida manusia itu.



Banyaknya tanda “ \odot ” pada suatu piramida menunjuk pada bilangan 1, 3, 6, Karena bentuknya seperti segitiga, maka pola bilangan itu dinamakan *Pola bilangan segitiga*.

4. Buatlah tabel untuk menunjukkan banyaknya tingkat dan banyaknya orang dalam piramida itu. (Selesaikan tabel ini dengan mengisi bagian ...)

Tingkat	1	2	3	4	5	6	7
Banyaknya orang	1	3	6

5. Perhatikan polanya. Bagaimanakah hubungan banyaknya orang dalam piramida manusia itu dengan banyaknya tingkat?
6. Lanjutkan tabel di atas. Berapa banyaknya orang bila tingkatnya 9?
7. **Berpikir Kritis.** Coba kalian tentukan banyaknya orang pada tingkat tertentu, tanpa harus mengetahui banyak orang pada tingkat sebelumnya? Jelaskan jawabanmu itu!

C

Pola Bilangan Persegi



Sumber: Dit. PSMP, 2006

Setiap tahun suatu perusahaan penerbangan mengadakan pertunjukan dirgantara.

Secara bergantian pesawat-pesawat terbang tinggal landas dan membentuk formasi-formasi tertentu.

Pada grup pertama, sebuah pesawat tinggal landas, kemudian grup kedua dengan tiga pesawat yang tinggal landas. Berikutnya grup ketiga dengan lima pesawat yang tinggal landas, kemudian grup keempat dengan tujuh pesawat.

Berapakah jumlah pesawat yang berada di angkasa, setelah penerbangan grup keempat, bila pesawat-pesawat pada grup-grup sebelumnya belum mendarat?

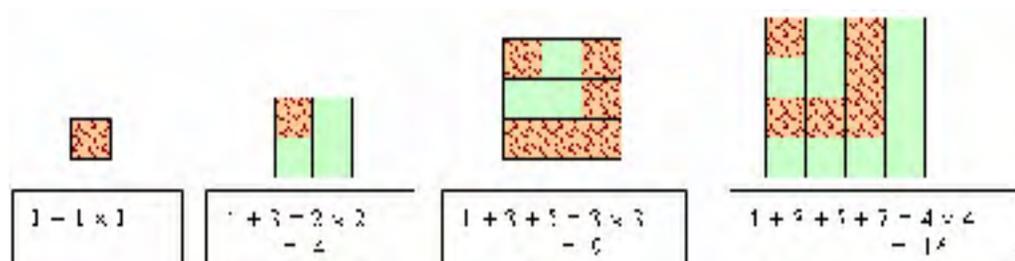
Untuk menjawabnya lakukan kegiatan berikut.

Diskusi 6

- Perhatikan tabel berikut. Berapakah jumlah pesawat yang berada di angkasa, setelah penerbangan grup ketiga, kemudian sesudah penerbangan keempat, bila pesawat-pesawat pada grup-grup sebelumnya belum

Grup ke-	Banyaknya Pesawat Baru	Jumlah pesawat di angkasa
1	1	$1 = 1 + 0$
2	3	$4 = 1 + 3$
3	5
4	7

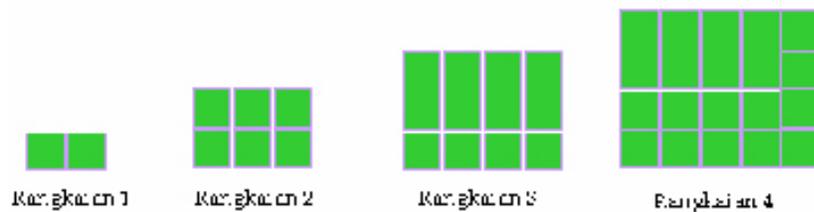
- Jika pola penerbangan di atas dilanjutkan, berapa banyak pesawat yang diterbangkan pada penerbangan grup ke-5 dan ke-6?
- Berapakah jumlah pesawat yang ada di angkasa setelah penerbangan grup ke-5 dan ke-6, bila pesawat-pesawat pada grup-grup sebelumnya belum mendarat?
- Jelaskan dan diskusikan hubungan antara grup pesawat dan jumlah pesawat yang ada di angkasa
- Bilangan-bilangan pada kolom ke-3 pada tabel di atas merupakan *bilangan kuadrat*.
- Perhatikan model dari bilangan kuadrat berikut. Apakah membentuk pola bilangan kuadrat?



Karena bilangan-bilangan 1, 4, 9 dan 16 berhubungan dengan bentuk persegi, maka pola bilangan itu dinamakan juga *pola bilangan persegi*.

D Pola Bilangan Persegi Panjang

Di kota-kota besar, lahan untuk berkebun sudah makin berkurang atau bahkan tidak ada lagi. Sehingga untuk berkebun atau menanam tanaman digunakan pot-pot yang berbentuk persegi satuan dari kayu-kayu yang diisi dengan tanah. Berikut rangkaian pot-pot tersebut.



Diskusi 7

1. Apakah banyaknya pot-pot tersebut membentuk suatu pola? Tuliskan pola itu.

Karena bilangan 2, 6, 12 dan 20 berhubungan dengan bentuk persegipanjang, maka pola bilangan ini dinamakan *pola bilangan persegipanjang*.

2. Dapatkah kamu menunjukkan bilangan pada suku kelima?

Dari pola-pola di atas dapat dibuat tabel berikut.

Rangkaian ke	Banyak persegi	Luas Persegipanjang
1	2	$1 \times (1 + 1) = 2$
2	6	$2 \times (2 + 1) = 6$
3	12	$3 \times (3 + 1) = 12$
4
5

Apakah suku kelima sama dengan 30?

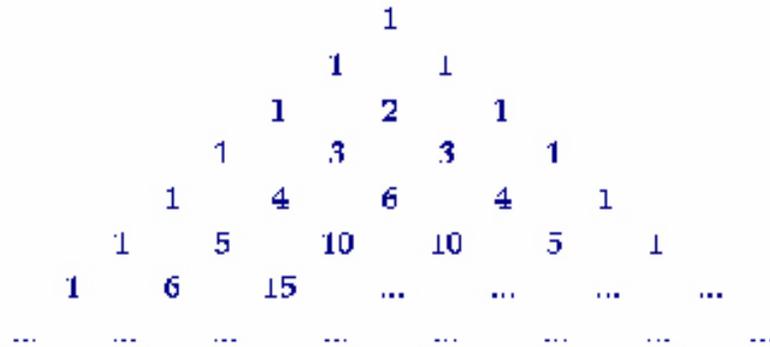
3. Dari soal nomor 1, Berapa banyak pot yang ada pada suku ke-n (rangkaian ke-n)?



Pola Bilangan Pada Segitiga Pascal

Susunan bilangan berikut telah dikenal di Cina kira-kira tahun 1300. Susunan bilangan itu dinamakan Segitiga Pascal, setelah matematikawan Perancis, Blaise Pascal mempublikasikan pola ini pada tahun 1653.

Pola berikut ini merupakan pola bilangan segitiga Pascal itu.



Diskusi 8

1. Perhatikan pola bilangan Segitiga Pascal di atas. Isilah titik-titik pada susunan bilangan itu.
2. Bagaimanakah aturan untuk mengisi titik-titik itu?
3. Jika susunan bilangan 1 merupakan baris ke-1, susunan bilangan-bilangan 1 1 merupakan baris ke-2, susunan bilangan-bilangan 1 2 1 merupakan baris ke-3, bilangan berapa saja pada baris ke-6?
4. Berapakah jumlah bilangan pada baris ke-6?
5. Buatlah tabel yang menyatakan hasil penjumlahan bilangan pada tiap baris segitiga Pascal.

Baris ke	Penjumlahan Bilangan	Hasil Penjumlahan
1	1	$1 = 2^{1-1} = 2^0$
2	1 + 1	$2 = 2^{2-1} = 2^1$
3	1 + 2 + 1	$4 = 2^{3-1} = 2^2$
4	1 + 3 + 3 + 1	$8 = 2^{4-1} = 2^3$
5	1 + 4 + 6 + 4 + 1	$\dots = 2^{\dots} = \dots$

6. Perhatikan dan amatilah suatu Segitiga Pascal.
 Jumlah bilangan-bilangan pada baris ke-1 adalah 1.
 Jumlah bilangan pada baris ke-2 adalah 2.
 Jumlah bilangan pada baris ke-3 adalah 4.
 Jumlah bilangan pada baris ke-4 adalah 8.
 Berapa jumlah barisan ke-n dari pola bilangan segitiga Pascal itu?
7. Tahukah Kamu? Salah satu kegunaan dari barisan bilangan Segitiga Pascal adalah untuk menentukan koefisien-koefisien suku-suku hasil perpangkatan $(a+b)$.

$$\begin{array}{rcccc}
 (a+b)^0 & & & & 1 \\
 (a+b)^1 & & & 1 & 1 \\
 (a+b)^2 & & 1 & 2 & 1 \\
 (a+b)^3 & 1 & 3 & 3 & 1
 \end{array}$$

Perhatikan $(a+b)^3$ di atas.

Koefisien dari a^3 adalah 1, koefisien dari a^2b adalah 3, koefisien dari ab^2 adalah 3 dan koefisien dari b^3 adalah 1.

Sekarang perhatikan $(a+b)^5$, kemudian carilah koefisien dari a^5 , koefisien dari a^4b , koefisien dari a^3b^2 , dan koefisien dari a^2b^3 ?

Apa yang akan kamu pelajari?

- Pengertian barisan bilangan, suku, dan suku ke-n.
- Menentukan suku berikutnya dari suatu barisan.
- Menentukan suku ke-n dari suatu barisan.

Kata Kunci:

- Barisan.
- Suku ke-n.
- Beda
- Rasio

A *Pengertian Barisan*

Pada setiap hari Senin pagi, sekolah-sekolah tingkat SD, SMP maupun SMA selalu mengadakan upacara bendera. Siswa-siswa kelas VII, VIII, dan IX secara teratur membentuk barisan tersendiri.

Pernahkah kalian mengatur barisan saat upacara bendera?



Carilah lima temanmu yang mempunyai tinggi badan berbeda-beda.

Bagaimana kamu mengatur kelima temanmu itu dalam satu barisan?

Barisan bilangan sembarang

1. Siapakah yang terletak pada urutan pertama, kedua, ketiga, keempat dan kelima?
2. Mengapa urutannya kamu buat demikian?
3. Apakah aturan pengurutan tersebut?
4. Bila bilangan-bilangan yang menunjukkan tinggi dari kelima temanmu kamu urutkan maka akan membentuk *barisan bilangan*. Bilangan-bilangan itu berkorespondensi satu-satu dengan kelima temanmu yang kamu susun menjadi satu barisan.

Tuliskan urutan tinggi temanmu.

Tinggi : , , , ,



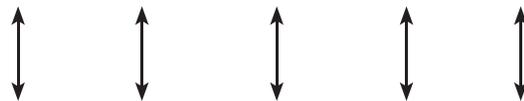
Nama : , , , ,

1. Apakah urutan bilangan-bilangan di atas membentuk pola? Bila ya, apakah aturannya?

Ingatkah kamu bahwa bilangan-bilangan yang diurutkan dengan pola (aturan) tertentu membentuk suatu barisan bilangan. Contohnya adalah barisan bilangan ganjil dan barisan bilangan genap.

2. Bila kamu menjumpai lima temanmu (misalkan namanya diwakili oleh huruf-huruf A, B, C, D, dan E) yang tingginya masing-masing 125 cm, 130 cm, 140 cm, 100 cm dan 170 cm. Apakah bilangan-bilangan yang menunjukkan tinggi kelima temanmu tadi membentuk suatu barisan bilangan? Jelaskan.

Tinggi : 125, 130, 140, 100, 170



Nama : ...A....., ...B.....,C.....,D.....,E.....

Apakah tingginya membentuk pola?

Barisan bilangan yang dibentuk dari bilangan-bilangan yang tidak diurutkan dengan pola (aturan) tertentu disebut *barisan bilangan sembarang*.

Dalam pelajaran ini kita hanya akan mempelajari barisan-barisan yang mempunyai pola (aturan) tertentu, sedangkan untuk barisan bilangan sembarang tidak dipelajari.

Barisan aritmatika

Masih ingatkah pola bilangan genap yang dimulai dari 2?

Pola bilangan genap : 2, 4, 6, 8, ...

Barisan bilangan 2, 4, 6, 8, ... dinamakan barisan bilangan genap.

Barisan Geometri

Barisan bilangan yang suku-suku berikutnya diperoleh dari hasil kali suku sebelumnya dengan bilangan tetap yang tidak sama dengan nol dinamakan *barisan geometri*. Bilangan tetap tersebut dinamakan *pembanding (rasio)*.

Contoh 2

Tentukan rasio dari barisan berikut $1, 3, 9, 27, \dots$

Jawab

Perbandingan suku sesudah dengan suku sebelumnya menghasilkan suatu rasio yang sama yaitu 3. Dengan demikian rasio barisan adalah 3.

Cek Pemahaman

Tentukan rasio barisan berikut:

- $3, 6, 12, 24, \dots$
- $-4, 8, -16, 32, \dots$

Komunikasi

Perhatikan barisan $1, 2, 6, 24, \dots$. Apakah barisan itu barisan aritmetika, geometri atau bukan keduanya? Jelaskan.

B

Menentukan Suku ke- n Barisan Bilangan

Perhatikan pola bilangan dalam barisan $2, 4, 6, 8, \dots$. Dapatkah kamu menebak suku ke 100? Bagaimana kamu menentukan suku ke 100 tersebut?

Untuk menjawab pertanyaan tersebut marilah kita lakukan kegiatan berikut. Lengkapilah tabel sampai 10 suku pertama, untuk membantu menentukan pola yang terjadi

Urutan	Suku ke-	Bilangan Genap
1	1	$2 = 2 \times 1$
2	2	$4 = 2 \times 2$
3	3	$6 = 2 \times 3$
4	4	$8 = 2 \times 4$
5	5	$10 = 2 \times 5$
...
n	n	$\dots = \dots \times \dots$

Ya, sudah kelihatankah pola bilangan di atas? Suku ke 4, bilangannya adalah $2 \times 4 = 8$, suku ke 10 berarti $2 \times 10 = 20$, dengan demikian suku ke 100 adalah $2 \times 100 = 200$.

Akan tetapi perhatikan bahwa barisan yang disajikan di atas juga barisan aritmatika. Berapa beda barisan tersebut? Ya, bedanya adalah 2. Lantas apa hubungannya dengan pola yang telah kita temukan di atas?

Perhatikan tabel berikut untuk memperoleh kesimpulan kita

Suku ke -	Pola bilangan dengan beda 2
1	$2 = 2 + 2 \times (1-1)$
2	$4 = 2 + 2 \times (2-1)$
3	$6 = 2 + 2 \times (3-1)$
4	$8 = 2 + 2 \times (4-1)$
5	$10 = 2 + 2 \times (5-1)$
...	...
n	$\dots = \dots \times \dots$

Adakah kamu menemukan hubungan suku pertama barisan, beda, dengan suku ke n barisan?

Marilah kita rumuskan suku ke n dari barisan aritmatika sebagai berikut

Suku ke - n barisan aritmatika

Misalkan barisan aritmetika dengan suku pertama a dan beda b . Suku ke- n (U_n) barisan tersebut adalah $U_n = a + b(n-1)$

Contoh 3

Tentukan rumus suku ke-100 dari barisan 3, 7, 11, 15, ...

Jawab

Suku pertama barisan tersebut adalah 3, beda tiap suku pada barisan adalah 4. Dengan demikian suku ke - 100 adalah

$$\begin{aligned}U_{100} &= 3 + 4 \times (100 - 1) \\ &= 3 + 4 \times 99 \\ &= 399.\end{aligned}$$

Cek Pemahaman

Tentukan rumus suku ke-20 dan suku ke n dari barisan 8, 3, -2, -7, ...

Barisan Geometri

Kembali pada contoh barisan bilangan 1, 3, 9, 27, Barisan tersebut memiliki rasio 3, suku pertamanya adalah 1. Bagaimanakah kita menentukan suku ke 100, suku ke 100 dari barisan tersebut? Barisan ini adalah barisan geometri, tentu berbeda dengan barisan aritmatika yang telah dibahas di atas.

Untuk menentukan suku-suku yang diinginkan tersebut, gunakan tabel berikut untuk menemukan pola barisannya.

Suku ke -	Pola Bilangan dengan rasio 3
1	$1 = 1 \times 3^{1-1}$
2	$3 = 1 \times 3^{2-1}$
3	$9 = 1 \times 3^{3-1}$
4	$27 = 1 \times 3^{4-1}$
5	$\dots = 3^{\dots-1}$
...	...
n	$\dots = 3^{\dots-1}$

Adakah kamu menemukan hubungan suku pertama barisan, rasio, dengan suku ke n barisan?

Marilah kita rumuskan suku ke n dari barisan aritmatika sebagai berikut

Suku ke- n barisan geometri

Misalkan barisan geometri dengan suku pertama a dan rasio r . Suku ke- n (U_n) barisan tersebut adalah $U_n = ar^{(n-1)}$

Contoh 4

Tentukan suku ke 25 dari barisan $3, 6, 12, 24, \dots$

Jawab

Barisan tersebut adalah barisan geometri, suku pertama 3, rasio barisan adalah

$$\begin{aligned}U_{25} &= ar^{25-1} \\ &= 3 \times 2^{24} \\ &= 50331648\end{aligned}$$

$\frac{24}{12} = \frac{12}{6} = \frac{6}{3} = 2$. Dengan demikian suku ke 25 barisan adalah

$$\begin{aligned}U_{25} &= ar^{25-1} \\ &= 3 \times 2^{24} \\ &= 50331648\end{aligned}$$

Cek Pemahaman

Tentukan suku ke 15 dari $-4, 8, -16, 32, \dots$

Apa yang akan kamu pelajari?

- Menentukan jumlah n suku pertama pada deret Aritmetika
- Menentukan jumlah n suku pertama pada deret Geometri
- Menggunakan sifat-sifat deret aritmetika dan deret geometri.

Kata Kunci:

- Beda
- Ratio
- Jumlah n suku

Setiap minggu Dira selalu memberikan hadiah berupa kartu bergambar kepada adiknya, yaitu Reni. Minggu pertama Dira memberi Reni 3 kartu bergambar, minggu kedua Dira memberi 6 kartu bergambar kepada Reni. Minggu ketiga Dira memberi 9 kartu bergambar pada Reni.



Ingat!
Menentukan
suku ke- n pada
barisan

- Berapakah banyaknya kartu bergambar yang harus diberikan Dira kepada adiknya pada minggu ke-4?
- Berapakah banyaknya kartu bergambar yang harus diberikan Dira kepada adiknya pada minggu ke-5?
- Berapakah banyaknya kartu bergambar yang harus diberikan Dira kepada adiknya pada minggu ke- n ?
- Berapakah banyaknya seluruh kartu yang telah diterima Reni selama 3 minggu?
- Bagaimanakah caramu menentukan hasil pada (d)? Jelaskan!

- Berapakah banyaknya seluruh kartu yang telah diterima Reni selama 4 minggu?
- Bagaimanakah caramu menentukan hasi pada (f)? Jelaskan!
- Nyatakan (f) dengan melibatkan (d).
- Berapakah banyaknya seluruh kartu yang telah diterima Reni selama 5 minggu?
- Bagaimanakah caramu menentukan (i)? Sebutkan!
- Nyatakan (j) dengan melibatkan (g).
- Berapakah banyaknya seluruh kartu yang telah diterima Reni selama n minggu?
- Bagaimanakah caramu menentukan (l)? Sebutkan!

Deret aritmetika dinyatakan dengan menjumlahkan suku-suku pada barisan aritmatika.
Untuk menyatakan jumlah n suku yang pertama pada barisan aritmatika digunakan simbol S_n .

Barisan aritmatika

- $3, 8, 13, 18, 23, \dots$
- $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, 0, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}, \dots$
- $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots$

Deret aritmatika

- $$3 + 8 + 13 + 18 + 23 + \dots$$
- $$\dots + \dots + \dots + \dots + \dots$$
- $$\dots + \dots + \dots + \dots + \dots$$

Masih ingat barisan aritmetika naik dan turun? Coba perhatikan barisan aritmetika pada contoh a dan b termasuk barisan aritmatika naik atau turun?

Bila suku-suku pada barisan aritmetika naik dijumlahkan maka akan terbentuk *deret aritmatika naik*, begitu pula bila suku-suku pada barisan aritmetika turun dijumlahkan maka akan terbentuk *deret aritmatika turun*.

Komunikasi

Bagaimanakah nilai dari deret aritmatika naik? Jelaskan!
Bagaimanakah nilai dari deret aritmatika turun? Jelaskan!

Berikut ini salah satu cara untuk mencari hubungan antara S_n dan U_n pada deret aritmatika.

$$\begin{aligned}
 U_1 &= a_1 = 3, \quad U_2 = a_1 + 3 = 6, \quad U_3 = a_1 + 6 = 9 \\
 S_3 &= 3 + 6 + 9 \\
 S_3 &= \frac{9 + 6 + 3}{+} \\
 2S_3 &= 12 + 12 + 12 \\
 &= 3+9 + 3+9 + 3+9 \\
 &= (a_1+U_3) + (a_1+U_3) + (a_1+U_3) \\
 2S_3 &= 3(a_1+U_3) \\
 &= \frac{3(a_1+U_3)}{2} \\
 S_3 &= \frac{3(a_1+U_3)}{2}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 U_4 &= a_1 + 9 = 12 \\
 S_4 &= 3 + 6 + 9 + 12 \\
 S_4 &= \frac{12 + 9 + 6 + 3}{+} \\
 2S_4 &= 15 + 15 + 15 + 15 \\
 &= 3+12 + 3+12 + 3+12 + 3+12 \\
 &= (a_1+U_4) + (a_1+U_4) + (a_1+U_4) + (a_1+U_4) \\
 2S_4 &= 4(a_1+U_4) \\
 S_4 &= \frac{4(a_1+U_4)}{2}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 S_n &= a_1 + (a_1 + b) + (a_1 + 2b) + \dots + (U_n - 2b) + (U_n - b) + U_n \\
 + \\
 S_n &= U_n + (U_n - b) + (U_n - 2b) + \dots + (a_1 + 2b) + (a_1 + b) + a_1 + \\
 \hline
 2S_n &= (a_1 + U_n) + (a_1 + U_n) + (a_1 + U_n) + \dots + (a_1 + U_n) \\
 &= \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{suku}} \\
 &= n(a_1 + U_n)
 \end{aligned}$$

Sehingga rumus jumlah n suku yang pertama pada deret aritmetika adalah:

Jumlah n suku pertama deret Aritmetika	$S_n = \frac{n(a + u_n)}{2}$
	a : suku pertama, U_n : suku ke n S_n : jumlah n suku pertama, n : banyak suku

Cek Pemahaman

Geometri

Dhani mempunyai mainan bongkar pasang dari bangun-bangun yang berbentuk segilima beraturan dengan panjang sisinya 1 cm. Susunlah segilima-segilima beraturan seperti pada gambar di samping, kemudian lengkapi tabel berikut.



Banyak bangun	Keliling	Suku Ke- n (U_n)	Jumlah keliling	Jumlah n suku pertama (S_n)
1	5	U_1	$5 = 5$	$S_1 = 5$
2	8	U_2	$5 + 8 = 13$	$S_2 = 13$
3	$5 + 8 + \dots = \dots$	$S_3 = \dots$
4	$5 + 8 + \dots + \dots = \dots$	$S_4 = \dots$
5	$5 + 8 + \dots + \dots + \dots = \dots$	$S_5 = \dots$
.	.	.		
.	.	.		
.	.	.		
n	$5 + 8 + \dots + \dots + \dots = \dots$	$S_n = \dots$

Kita sudah membahas jumlah deret aritmatika, bagaimana menentukan jumlah deret geometri? Ide mencari jumlah deret aritmatika kita gunakan untuk mencari jumlah deret geometri, akan tetapi dengan modifikasi.

Ingat suku ke - n barisan geometri adalah

$$U_n = ar^{n-1}$$

bagaimana bila suku ini kita kalikan dengan rasionya?

$$\begin{aligned} rU_n &= r \times ar^{n-1} \\ &= ar^n \end{aligned}$$

Dengan demikian

$$\begin{aligned} &= U_{n+1} \\ U_{n+1} - rU_n &= 0 \end{aligned}$$

Sifat ini kita manfaatkan untuk mencari jumlah deret geometri sebagai berikut

$$\begin{aligned} S_n &= a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-2} + ar^{n-1} \\ rS_n &= ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-2} + ar^{n-1} + ar^n \end{aligned}$$

$$S_n - rS_n = a + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 - ar^n$$

Hasil terakhir menunjukkan

$$S_n(1 - r) = a - ar^n$$

Sehingga diperoleh:

Jumlah n suku pertama deret Geometri	$S_n = \frac{a - ar^{n-1}}{(1 - r)} = \frac{a(1 - r^{n-1})}{1 - r}$
	<p>a : suku pertama, r : rasio S_n : jumlah n suku pertama, n : banyak suku</p>

Penalaran

Syarat apa yang harus diberikan pada rumus di atas?

Contoh 1

Diketahui deret berikut.

$$3 + 6 + 12 + 24 + \dots$$

- Tentukan suku ke delapan pada deret tersebut!
- Tentukan jumlah delapan suku yang pertama pada deret tersebut!

Jawab

Suku pertama deret tersebut adalah $a=3$, sedangkan rasio barisan adalah $r = \frac{6}{3} = \frac{12}{6} = \frac{24}{12} = 2$. Dengan demikian suku ke delapan deret tersebut adalah

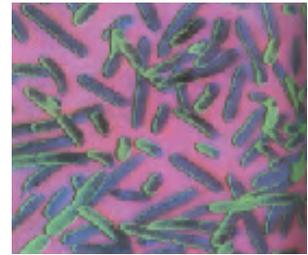
$$\begin{aligned} U_8 &= ar^{8-1} \\ &= 3 \times 2^7 \\ &= 3 \times 128 \\ &= 384. \end{aligned}$$

Sedangkan jumlah delapan suku pertama deret tersebut adalah

$$\begin{aligned} S_8 &= \frac{a - ar^{8-1}}{1 - r} \\ &= \frac{3 - 324}{1 - 2} \\ &= \frac{-321}{-1} \\ &= 321. \end{aligned}$$

Cek Pemahaman

1. Banyaknya bakteri berlipat ganda setiap 30 menit. Jika banyaknya bakteri adalah 150, hitung banyaknya bakteri yang akan tumbuh setelah 12 jam dan setelah 24 jam.
2. Pak Abi membeli mobil baru seharga Rp135.000.000,00. Ia memperkirakan harga jual mobil akan turun 18% dari harga beli untuk tiap tahunnya.



sumber: www.medicasto.com

Tentukan harga jual mobil Pak Abi, jika ia merencanakan menjual mobil tersebut setelah memakai 5 tahun!

Refleksi

Renungkan pertanyaan-pertanyaan berikut, untuk mengukur pemahaman kamu.

1. Apakah setiap barisan bilangan senantiasa memiliki pola?
2. Pada barisan aritmatika dengan beda negatif, mana yang lebih besar suku pertama atau suku ke - n ?
3. Pada barisan geometri dengan rasio lebih besar dari 1, mana yang lebih besar suku pertama atau suku ke - n ?
4. Adakah materi yang masih sulit untukmu? Beranikan untuk bertanya pada guru atau temanmu

Rangkuman

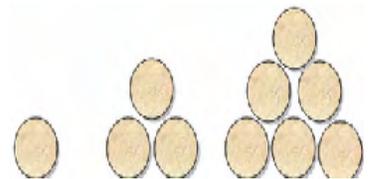
1. Barisan bilangan yang berpola secara aritmatika disebut barisan aritmatika.
2. Barisan aritmatika bergantung pada suku pertama dan beda antar suku. Suku ke - n barisan aritmatika dinyatakan oleh $U_n = a + b(n-1)$, dengan a suku pertama dan b beda.
3. Barisan bilangan yang berpola secara geometri disebut barisan geometri.

4. Barisan geometri bergantung pada suku pertama dan rasio antar suku. Suku ke - n barisan geometri adalah $U_n = ar^{n-1}$, dengan a suku pertama dan r rasio.
5. Deret adalah jumlahan suku-suku barisan. Bila yang dijumlahkan suku-suku barisan aritmatika, maka disebut deret aritmatika dan bila yang dijumlahkan suku-suku barisan geometri maka disebut deret geometri.

Evaluasi Mandiri

Pilihlah jawaban yang paling benar dengan memeri tanda silang (X) pada pilihan yang diberikan.

1. Banyak biskuit pada pola di samping menggambarkan barisan 1, 3, 6, ...
Berapa banyak biskuit pada pola ke enam adalah buah



- a. 52
 - b. 36
 - c. 30
 - d. 21
2. Banyak titik pada huruf N pada urutan ke - 8 adalah ..
-
- a. 24
 - b. 22
 - c. 18
 - d. 19
3. Suku keenam dan ketujuh dari barisan Fibonacci 1, 1, 2, 3, 5, 8,... adalah
- a. 8 dan 11
 - b. 8 dan 13
 - c. 9 dan 13
 - d. 9 dan 11
4. Suku ke - n dari barisan 3, 5, 7, 9 ... adalah
- a. $n + 2$
 - b. $2n - 1$
 - c. $2n + 1$
 - d. $2n + 3$
5. Jika diketahui $8 + 17 + 26 + \dots = 690$. Banyaknya bilangan dari deret tersebut adalah
- a. 10
 - b. 12
 - c. 11
 - d. 13

Jawablah soal berikut dengan benar.

6. Rumah-rumah di sebelah kanan Jalan Ahmad Yani diberi nomor genap dari 2 sampai dengan 224. Berapa banyak rumah yang ada di sebelah kanan Jalan Ahmad Yani?
7. Tulislah aturan setiap barisan aritmetika berikut dan carilah tiga suku berikutnya.
 - a. 5, 10, 15, 20, ...
 - b. 3, 7, 11, 15, ...
 - c. 34, 29, 24, 19, ...
 - d. 25, 21, 17, 13, ...
 - e. 63, 54, 45, 36, ...
 - f. -8, -1, 6, 13, ...
3. Seorang Pegawai menerima gaji pertama sebesar Rp 800.000,00. Setiap bulan gaji tersebut naik sebesar Rp 100.000,00 sampai setahun. Bila gaji yang diterima pegawai itu ditulis dalam bentuk barisan, barisan apakah itu? Tulislah aturan untuk menjelaskan barisan itu.
9. **Berpikir kritis.** Apakah susunan 33, 33, 33, 33, merupakan barisan bilangan? Termasuk barisan aritmetika atau geometri? Tulislah aturan untuk menjelaskannya.

Petunjuk Penyelesaian (Hint) Evaluasi Mandiri

Bab 1 Kesebangunan dan Kekongruenan

1. D
2. A
3. C
4. B
5. D
6. $c = 4\frac{1}{2}$, $d = 20\frac{5}{8}$
7. ABCD jajargenjang, akibatnya $AD \leq BC$, $AB \leq CD$, sehingga $AD=BC$ dan $AB=CD$. $AC = AC$ (diagonal berimpit). Jadi $\triangle ABC \cong \triangle CDA$.
8. $PR = \frac{6}{5}$ cm, $PT = \frac{9}{5}$ cm, $QS = 10$ cm, $PS = 6$ cm
9. Diketahui $\triangle ABC$ dan $\triangle PQR$ segitiga siku-siku, dengan $BC = QR$, $\angle C = \angle R$. (Coba kamu gambar). Karena besar $\angle B = \angle Q = 90^\circ$, maka berdasar sifat sudut-sisi-sudut (sd-s-sd), maka $\triangle ABC$ dan $\triangle PQR$ kongruen. Akibatnya $AC = PR$.
10. 6 meter.

Bab 2 Bangun Ruang Sisi Lengkung

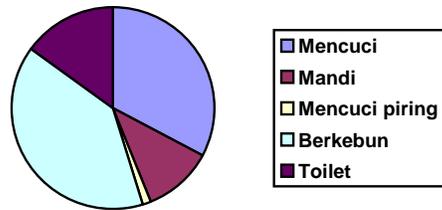
1. C
2. C
3. D
4. C
5. A
6. $18,84 \text{ m}^3$
7. $194,98 \text{ cm}^2$
8. a. $1.004,8 \text{ cm}^3$ b. 320 jam
9. 1:4
10. $4.414,67 \text{ cm}^3$

Bab 3 Statistika

1. A
2. C
3. D
4. B
5. D

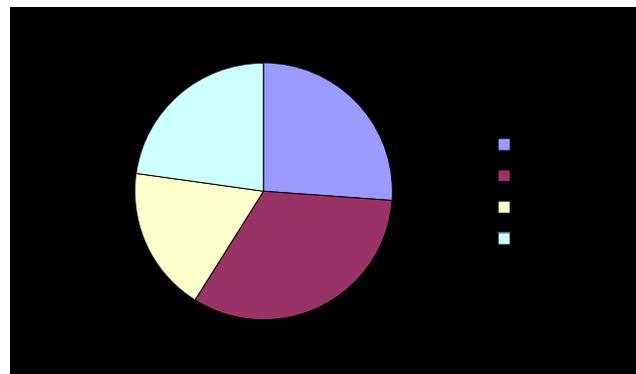
6. a. Diagram lingkaran karena dapat membandingkan satu bagian dengan keseluruhan. Diagram batang juga tepat, jika ingin menunjukkan volume pemakaian air yang digunakan dalam suatu rumah tangga.

b.



7. a. 8 bulan
 b. Rata-rata umur kelinci lebih muda (sedikit) daripada hamster.
8. Modus, karena menunjukkan banyak anak yang sering tidak hadir selama 2 minggu, yaitu modusnya 2 siswa. Rata-rata tidak tepat karena hasil perhitungan menunjukkan pecahan desimal. Sedang median tidak menunjukkan pengumpulan data yang benar.
- 9.

10. Lihat sebelumnya.



Bab 4 Peluang

1. A
2. D
3. B
4. C
5. B
6. a. Banyak pilihan makan 4, banyak pilihan minum 3. Sehingga banyak pilihan menu Novan (1 makan 1 Minum) adalah $4 \times 3 = 12$ pilihan.
 b. Lihat contoh sebelumnya.
7. Ruang sample $\{(A,1), (A,2), (A,3), (A,4), (A,5), (A,6), (G,1), (G,2), (G,3), (G,4), (G,5), (G,6)\}$

8. Banyak percobaan 8023, kejadian kacang polong berwarna hijau sejumlah 2001. Sehingga peluang kejadian polong berwarna hijau adalah $P(\text{polong berwarna hijau}) = 2001/8023$.
9. Banyak percobaan 200, kejadian muncul dua angka sejumlah 20. Sehingga peluang kejadian muncul dua angka adalah $P(\text{muncul dua angka}) = 20 / 200$.
10. Banyak pin keseluruhan 10.
 - a. Peluang terjadi pengambilan pin merah adalah $P(\text{merah}) = 4/10$
 - b. Agar kedua pin memiliki peluang sama untuk terambil, maka pin merah yang harus ditambahkan adalah 2 pin, sehingga jumlahnya sama-sama 6.
 - c. Dengan jumlah yang sudah ditambahkan, jumlah pin seluruhnya adalah 12. Dengan demikian $P(\text{kuning}) = 6/12$

Bab 5 Bilangan berpangkat

1. C
2. A
3. D
4. B
5. C

6. Pada pernyataan $\frac{x}{\sqrt[3]{x}\sqrt[3]{x}} = xp$, mempunyai arti

$$\frac{x}{\sqrt[3]{x}\sqrt[3]{x}} = xp \Leftrightarrow \frac{x}{\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^2} = xp \Leftrightarrow \frac{x}{x^{\frac{2}{3}}} = xp$$

bentuk terakhir dapat dituliskan sebagai $x^{1-\frac{2}{3}} = xp \Leftrightarrow x \times x^{-\frac{2}{3}} = xp$.

Dengan demikian $p = x^{-\frac{2}{3}}$.

7. $2 \times 243 = 486$

8. a. $2^4 a^{12}$ atau $16a^{12}$ b. $2^9 a^{25} b^{-21}$ c. c^{-12} d. $a^{-2} b^2 c$ atau $\frac{b^2 c}{a^2}$

9. Tidak, contoh $a=1, b=2, m=3, n=2$ sehingga diperoleh

$$a^n \times b^m = 1^2 \times 2^3 = 8 \quad \text{sementara} \quad (ab)^{n+m} = (1 \times 2)^{2+3} = 32$$

10. Mengapa $\sqrt[n]{p}$ tidak terdefinisi jika n genap dan $p < 0$?

Ambil contoh $p = -2, n = 2$ sehingga diperoleh pernyataan $\sqrt{-2}$. Apakah artinya? Artinya andaikan ada b sedemikian hingga

$$-2 = b \times b$$

Adakah bilangan real b yang memenuhi persamaan di atas? Jawabnya tidak ada. Andaikan ada $b > 0$ yang memenuhi persamaan tersebut, maka kita peroleh hasil kali dua bilangan positif adalah positif, sedangkan ruas kiri negatif. Dengan demikian tidak mungkin ada $b > 0$ yang memenuhi persamaan tersebut. Andaikan ada $b < 0$ yang memenuhi persamaan tersebut, maka hasil kali dua bilangan negatif adalah positif, sedang ruas kiri negatif. Dengan demikian tidak ada $b < 0$ yang memenuhi. Sedangkan untuk kasus $b = 0$, jelas tidak mungkin. Dengan demikian, memang tidak ada b real yang memenuhi persamaan tersebut.

Bab 6 Pola Bilangan

1. D
2. C
3. B
4. C
5. B
6. Suku pertama 2, suku terakhir 224, beda 2. Dengan demikian untuk menghitung banyak rumah dapat dicari dari bentuk suku terakhir

$$\begin{aligned} U_n &= a + (n-1)b \\ &= 2 + 2(n-1) \\ &= 224 \end{aligned} \quad \text{atau} \quad 2 + 2n - 2 = 224 \Leftrightarrow n = 112 \quad .$$

Jadi banyak rumah di kanan jalan adalah 112.

7. a. 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, ..., $5n$
b. 3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, ..., $3 + 4(n - 1)$
c. 34, 29, 24, 19, 14, 9, 4, ..., $34 - 5(n - 1)$
d. 25, 21, 17, 13, 9, 5, 1, ..., $25 - 4(n - 1)$
e. 63, 54, 45, 36, 27, 18, 9, ..., $63 - 9(n - 1)$
f. -8, -1, 6, 13, 20, 27, 34, ..., $-8 + 7(n - 1)$
8. Gaji pertama Rp. 800.000,- kenaikan tiap bulan Rp. 100.000,-. Lama kenaikan 1 tahun (12 bulan). Dalam bentuk barisan dapat disusun gaji pegawai tersebut adalah sebagai berikut

Bulan	Awal	Bln 1	...	Bulan ke 12
Gaji	800.000	900.000	...	2.000.000

Gaji pegawai tersebut membentuk barisan aritmatika dengan beda 100.000. Dengan demikian aturan barisan tersebut tiap sukunya adalah

$$U_n = 800.000 + 100.000(n - 1)$$

9. Bila dipandang sebagai barisan geometri, maka barisan 33, 33, 33, 33, memiliki rasio 1, dengan demikian suku-suku berikutnya memiliki aturan $U_n = ar^{n-1} = 33(1)^{n-1} = 33$ yaitu berupa suku konstan. Apabila dipandang sebagai barisan aritmatika, maka barisan tersebut memiliki beda 0, dengan demikian suku-suku berikutnya diatur sebagai berikut $U_n = a + (n - 1)b = 33 + (n - 1)0 = 33$ juga berupa barisan konstan.
10. Diserahkan pembaca

Daftar Pustaka

Departemen Pendidikan Nasional, (2006), **Standar Isi**, Jakarta:Departemen Pendidikan Nasional.

Direktorat PSMP (2006), **Matematika Sekolah Lanjutan Tingkat Pertama**, Kelas IX, Jakarta: Depdiknas

Gail F. Burrill dkk, (1995), **Geometry Applications and Councetions**, New York: Glencoe/McGrawHill.

Glenda Lappan dkk, (2001) , **Comparing and Scaling**, New Jersey: Prentice Hall.

Glenda Lappan dkk, (2001), **Data About Us (Data and Statistics)**, New Jersey: Prentice Hall.

Glenda Lappan dkk, (2001), **Samples and Populations (Data and Statistics)**, New Jersey: Prentice Hall.

Glenda Lappan dkk, (2001), **Stretching and Shrinking (Similirity)**, New Jersey: Prentice Hall.

Suzanne H. Chapin dkk, (1999), **Middle Grades Math Tools For Success Course 1**, New Jersey: Prentice Hall.

Suzanne H. Chapin dkk, (1999), **Middle Grades Math Tools For Success Course 2**, New Jersey: Prentice Hall.

Suzanne H. Chapin dkk, (1999), **Middle Grades Math Tools For Success Course 3**, New Jersey: Prentice Hall.

William D. Lechensky dkk, (1997), **Pre-Algebra An Integrated Transition to Algebra and Geometry**, New York: Glencoe/McGrawHill.

Glosarium

B

Barisan adalah urutan bilangan dengan pola tertentu

Barisan aritmatika adalah barisan bilangan dengan pola aritmatika (operasi penjumlahan dan pengurangan)

Barisan geometri adalah barisan bilangan dengan pola geometri (operasi perkalian)

Beda adalah selisih dua suku berurutan dalam barisan aritmatika

D

Deret adalah jumlahan dari suku-suku barisan

Deret aritmatika adalah jumlahan suku-suku barisan aritmatika

Deret geometri adalah jumlahan suku-suku barisan geometri

Diagram batang digunakan untuk membandingkan banyak sesuatu tiap kategori.

Diagram garis digunakan untuk menunjukkan suatu data yang berkembang dari waktu ke waktu secara teratur.

Diagram lingkaran digunakan untuk membandingkan sesuatu data terhadap keseluruhan data.

Diagram pohon adalah diagram yang digunakan untuk menentukan anggota ruang sampel.

Diagram Cartesius adalah diagram yang digunakan untuk menentukan anggota ruang sampel dalam bidang Cartesius.

F

Faktorisasi prima adalah uraian bilangan bulat terhadap faktor-faktor prima.

Faktor skala adalah perbandingan panjang dua sisi yang bersesuaian.

Frekuensi nisbi adalah perbandingan antara cacah anggota kejadian dengan cacah anggota ruang sampel untuk percobaan dengan frekuensi kecil.

K

Kejadian adalah himpunan bagian dari ruang sampel

Kejadian acak adalah kejadian yang tidak dapat diperkirakan sebelumnya hasil yang terjadi.

Kemustahilan adalah suatu kejadian dengan peluang mutlak 0

Kepastian adalah suatu kejadian dengan peluang mutlak 1.

Kerucut adalah bangun ruang yang dibatasi oleh dua sisi, yaitu sisi alas dan selimut kerucut. Sisi alas kerucut berbentuk lingkaran dan sisi tegak berupa bidang lengkung yang disebut *selimut kerucut*.

Komposit adalah bilangan bulat yang bukan bilangan prima
Kongruensi dari dua segitiga yang *kongruen* mempunyai sifat yaitu sisi-sisi yang seletak sama panjang
Dua segitiga yang *kongruen* mempunyai sifat yaitu sudut-sudut yang seletak sama besar.

M

Median adalah nilai yang terletak di tengah data, jika data diurutkan dari yang paling kecil hingga paling besar atau sebaliknya.
Modus adalah data yang paling sering muncul atau data dengan frekuensi paling besar.

P

Pangkat adalah derajat suatu bilangan, dalam kasus a^n dibaca a pangkat n . a disebut bilangan pokok, n disebut pangkat (eksponen).
Pangkat positif adalah derajat suatu bilangan dengan nilai bilangan positif.
Pangkat negatif adalah derajat suatu bilangan dengan nilai bilangan negatif.
Pangkat nol adalah derajat suatu bilangan dengan nilai bilangan 0.
Pangkat pecahan adalah derajat suatu bilangan dengan nilai pecahan (rasional).
Populasi adalah sekelompok objek (bilangan, benda, orang, binatang dan lain-lain) yang dibicarakan disebut populasi.
Peluang adalah peluang suatu kejadian adalah rasio cacah anggota kejadian dengan cacah anggota ruang sampel.
Prima adalah bilangan bulat yang hanya memiliki pembagi 1 atau dirinya sendiri.
Pola adalah keteraturan
Pola bilangan adalah keteraturan bilangan memenuhi aturan tertentu.

R

$$\text{Rata-rata (mean)} = \frac{\text{Jumlah nilai data}}{\text{Banyaknya data}}$$

Rasio adalah perbandingan dua suku berurutan dalam barisan geometri.
Ruang sampel adalah himpunan semua hasil percobaan statistik yang mungkin terjadi

S

Sampel adalah sebagian dari populasi.

Sebangun adalah dua bangun datar dikatakan *sebangun* jika sudut-sudut yang bersesuaian sama dan sisi-sisi yang bersesuaian sebanding

Jika pada dua segitiga sudut-sudut yang bersesuaian sama besar, maka kedua segitiga itu *sebangun*

T

Tabung adalah bangun ruang yang dibatasi oleh dua bidang yang berbentuk lingkaran sebagai *sisi alas* dan *sisi atas* dan sebuah bidang lengkung yang merupakan sisi tegak yang disebut *selimut tabung*.

Titik sampel adalah anggota ruang sampel

Indeks

A

Acak, 61
Akar, 101, 106, 107, 108, 116, 117, 118, 119
Aritmatika, 136, 138, 139, 140, 143, 144, 146

B

Bola, 51

D

Diagram batang, 69
Diagram garis, 70
Diagram lingkaran, 70

E

Ekspone, 101, 102, 109, 110, 111, 113, 116, 117, 118

F

Faktor skala, 5
Frekuensi nisbi, 89, 91, 94, 97

G

Geometri, 137, 139, 140, 144, 145, 146, 148

K

Kejadian, 85, 86, 90, 91, 92, 93, 95, 96, 97, 99
Kerucut, 44
Kongruen, 18, 22, 23

L

Luas (sisi) bola, 52
Luas (sisi) kerucut, 45
Luas (sisi) tabung, 38

M

Median, 76, 77, 78
Modus, 76, 77, 78

P

Peluang, 84, 91, 93, 94, 95, 97
Percobaan statistik, 84, 95, 97
Pola bilangan, 142, 143

Populasi, 60, 61

Pangkat, 101, 103, 105, 107, 109, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 121

R

Rata-rata (mean), 76, 77, 78
Ruang sampel, 84, 85, 86, 89, 92, 93, 97

S

Sampel, 60, 61
Sebangun, 2, 4, 11, 12
Suku, 125, 126, 131, 133, 136, 137, 138, 139, 140, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148

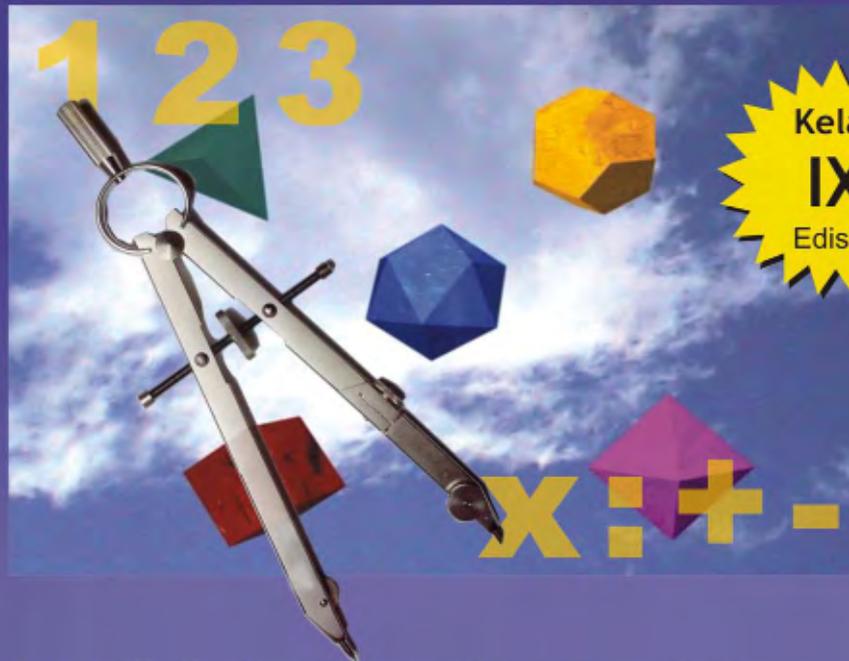
T

Tabel frekuensi, 66
Tabung, 37
Titik sampel, 84, 84, 97

V

Volume bola, 54
Volume kerucut, 46
Volume tabung, 40

Matematika



Kelas

IX

Edisi 4

Sekolah Menengah Pertama

ISBN

Buku ini dinilai oleh Badan Standar Nasional Pendidikan (BSNP) dan telah dinyatakan layak sebagai buku teks pelajaran berdasarkan Peraturan Menteri Pendidikan Nasional No..... Tahun 200... tanggal..... 200... tentang Penetapan Buku Teks Pelajaran yang Memenuhi Syarat Kelayakan untuk Digunakan dalam Proses Pembelajaran.